2017 年度　群馬大学（前期）

医学部　試験時間：120 分

全問必答

1　$\theta_n = \dfrac{5\pi}{6n(n+1)}$（$n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots$）とする。数列 $\{a_n\}$，$\{b_n\}$ は，初項がそれぞれ $a_1=\cos\theta_1$，$b_1=\sin\theta_1$ で与えられ，漸化式 $a_{n+1}=a_n\cos\theta_{n+1}-b_n\sin\theta_{n+1}$，$b_{n+1}=a_n\sin\theta_{n+1}+b_n\cos\theta_{n+1}$ を満たす。

(1)　$\{a_n\}$，$\{b_n\}$ の一般項を求めよ。

(2)　数列 $\{a_n\}$，$\{b_n\}$ の極限を求めよ。

2　複素数平面上の点 z と点 w の関係は，$w=\dfrac{z-i}{z+i}$ であるとする。ただし，i は虚数単位である。

(1)　$z=\dfrac{1+\sqrt{3}}{2}-\dfrac{1+\sqrt{3}}{2}i$ のとき，w の実部を求めよ。

(2)　点 w が点 $-1+i$ を中心とする半径 1 の円周上を動くとき，点 z が描く図形を複素数平面上に図示せよ。

3　a，b は実数で，$a<b<1$ であるとする。

$$a+b+\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=10 \text{ かつ } a+b+ab+\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{b}{a}+\frac{a}{b}+\frac{1}{ab}=34$$

のとき，a，b の値を求めよ。

4　四面体 OABC において，OA $=$ OB $=$ OC $=2$ かつ BC $=3$ であるとする。△OBC の重心を G とするとき，直線 AG は △OBC を含む平面に垂直であるとする。

(1)　内積 $\overrightarrow{\mathrm{OB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OC}}$ を求めよ。

(2)　点 B から △OAC を含む平面に下ろした垂線は，直線 AG と交わらないことを示せ。

5　関数 $f(x)=\dfrac{1}{4}x^2-\dfrac{1}{2}\log x$ がある。曲線 $y=f(x)$（$1\leqq x\leqq e$）を C とし，直線 $y=x$ を ℓ とする。C 上の点 A$(1,\ f(1))$，B$(e,\ f(e))$ から ℓ に下した垂線の足をそれぞれ M，N とする。ただし，$\log x$ は e を底とする自然対数である。

(1)　C の長さを求めよ。

(2)　C 上の点 P$(x,\ f(x))$ から ℓ に下ろした垂線の足 Q について，線分 MQ の長さを $g(x)$ とおくとき，$\sqrt{2}\displaystyle\int_0^{g(e)}\log g^{-1}(t)\,dt$ を求めよ。ただし，$g^{-1}(x)$ は $g(x)$ の逆関数である。

2017年度　群馬大学（前期）

医学部　（略解）

証明，図示などは省略

1

(1)　$a_n=\cos\dfrac{5n\pi}{6(n+1)}$，$b_n=\sin\dfrac{5n\pi}{6(n+1)}$

(2)　$\displaystyle\lim_{n\to\infty}a_n=-\frac{\sqrt{3}}{2}$，$\displaystyle\lim_{n\to\infty}b_n=\frac{1}{2}$

2

(1)　$\mathrm{Re}(w)=\dfrac{1+\sqrt{3}}{2}$　　(2)　図示は省略

3　$a=3-2\sqrt{2}$，$b=2-\sqrt{3}$

4

(1)　$-\dfrac{1}{2}$　　(2)　証明は省略

5

(1)　$\dfrac{e^2+1}{4}$　　(2)　$\dfrac{e^2+7}{8}$

© 大学受験・数学塾　管理人：makoto