# 2017 年度　秋田大学（前期）

## 医学部　試験時間：90 分

全問必答

**1**　定数 $a$ に対し，$f(x)=\dfrac{2x}{1+x^2}$，$g(x)=\dfrac{1-(x-a)^2}{1+(x-a)^2}$ とする。関数 $f(x)$ と関数 $g(x)$ が同じ $x=t$ で極大になるとする。次の問いに答えよ。

(1)　$a$ の値と $t$ の値を求めよ。

(2)　関数 $y=f(x)$ のグラフと関数 $y=g(x)$ のグラフのすべての共有点の座標を求めよ。

(3)　$x\geqq 0$ において，曲線 $y=f(x)$ と曲線 $y=g(x)$ で囲まれた図形の面積を求めよ。

**2**　$n$ を自然数とする。次の問いに答えよ。

(1)　$8^n$ を 11 で割った余りが 3 となる $n$ をすべて求めよ。

(2)　$11^n$ を 17 で割った余りが 4 となる $n$ をすべて求めよ。

(3)　(1) の条件と (2) の条件を同時に満たす $n$ をすべて求めよ。

**3**　$xyz$ 空間に中心が点 $(0,\ 0,\ 1)$，半径が 1 の球面 $S$ がある。球面 $S$ 上の点 $\mathrm{N}(0,\ 0,\ 2)$ と $xy$ 平面上にある点 $\mathrm{P}(a,\ b,\ 0)$ を結ぶ線分 NP が点 N と異なる点 Q で球面 $S$ と交わる。さらに $xy$ 平面上に 2 点 $\mathrm{A}(2,\ 0,\ 0)$，$\mathrm{B}\left(0,\ \dfrac{1}{\sqrt{2}},\ 0\right)$ をとる。次の問いに答えよ。

(1)　$a$，$b$ を用いて点 Q の座標を表せ。

(2)　点 P は直線 AB 上を動くとする。線分 NQ の長さの最大値とそのときの点 P の座標をそれぞれ求めよ。

(3)　点 P が直線 AB 上を動くとき，線分 QP の長さは (2) で求めた点 P で最小になることを示せ。

# 2017 年度　秋田大学（前期）

## 医学部　（略解）

証明，図示などは省略

## 1

(1)　$a=1,\ t=1$　　(2)　$\left(-2-\dfrac{4}{5}\right)$, $(0,\ 0)$, $(1,\ 1)$　　(3)　$\log 2-\dfrac{\pi}{2}+1$

## 2

(1)　$n=10k+6$（$k$ は 0 以上の整数）　　(2)　$n=16l+4$（$l$ は 0 以上の整数）

(3)　$n=80m-44$（$m$ は自然数）

## 3

(1)　$\left(\dfrac{4a}{a^2+b^2+4},\ \dfrac{4b}{a^2+b^2+4},\ \dfrac{2(a^2+b^2)}{a^2+b^2+4}\right)$　　(2)　最大値：$\dfrac{6}{\sqrt{10}}$　$\mathrm{P}\left(\dfrac{2}{9},\ \dfrac{4\sqrt{2}}{9},\ 0\right)$

(3)　証明は省略