

# 2017年度 東京医科歯科大学 (前期)

医学部

試験時間：90分

全問必答

**1**  $n$  を自然数とする。1 から  $3n + 1$  までの自然数を並べかえて、順に

$$a_1, a_2, \dots, a_{n+1}, b_1, b_2, \dots, b_n, c_1, c_2, \dots, c_n$$

とおく。また、次の条件 (C1), (C2) が成立しているとする。

(C1)  $3n$  個の値

$$|a_1 - a_2|, |a_2 - a_3|, \dots, |a_n - a_{n+1}|,$$

$$|a_1 - b_1|, |a_2 - b_2|, \dots, |a_n - b_n|,$$

$$|a_1 - c_1|, |a_2 - c_2|, \dots, |a_n - c_n|$$

は、すべて互いに異なる。

(C2) 1 以上  $n$  以下のすべての自然数  $k$  に対し

$$|a_k - b_k| > |a_k - c_k| > |a_k - a_{k+1}|$$

が成り立つ。

このとき以下の各問いに答えよ。

- (1)  $n = 1$  かつ  $a_1 = 1$  のとき、 $a_2, b_1, c_1$  を求めよ。
- (2)  $n = 2$  かつ  $a_1 = 7$  のとき、 $a_2, a_3, b_1, b_2, c_1, c_2$  を求めよ。
- (3)  $n \geq 2$  かつ  $a_1 = 1$  のとき、 $a_3$  を求めよ。
- (4)  $n = 2017$  かつ  $a_1 = 1$  のとき、 $a_{29}, b_{29}, c_{29}$  を求めよ。

**2**  $xyz$  空間において、点  $O(0, 0, 0)$  と点  $A(0, 0, 1)$  を結ぶ線分  $OA$  を直径にもつ球面を  $\sigma$  とする。このとき以下の各問いに答えよ。

- (1) 球面  $\sigma$  の方程式を求めよ。
- (2)  $xy$  平面上にあって  $O$  と異なる点  $P$  に対して、線分  $AP$  と球面  $\sigma$  との交点を  $Q$  とするとき、 $\vec{OQ} \perp \vec{AP}$  を示せ。
- (3) 点  $S(p, q, r)$  を、 $\vec{OS} \cdot \vec{AS} = -|\vec{OS}|^2$  を満たす、 $xy$  平面上にない定点とする。 $\sigma$  上の点  $Q$  が  $\vec{OS} \perp \vec{SQ}$  を満たしながら動くとき、直線  $AQ$  と  $xy$  平面との交点  $P$  はどのような図形を描くか。 $p, q, r$  を用いて答えよ。

**3** 連続関数  $f(x)$  と定数  $a$  が次の関係式を満たしているとする。

$$\int_0^x f(t) dt = 4ax^3 + (1 - 3a)x + \int_0^x \left\{ \int_0^u f(t) dt \right\} du + \int_x^1 \left\{ \int_u^1 f(t) dt \right\} du$$

このとき以下の各問いに答えよ。

- (1)  $a$  と  $f(0) + f(1)$  の値を求めよ。
- (2)  $g(x) = e^{-2x}f(x)$  とおくと、 $g(x)$  の導関数  $g'(x)$  を求めよ。ここで  $e$  は自然対数の底を表す。
- (3)  $f(x)$  を求めよ。

**2017年度 東京医科歯科大学 (前期)****医学部**

(略解)

☞ 証明, 図示などは省略

**1**

- (1)  $a_2 = 2, b_1 = 4, c_1 = 3$
- (2)  $a_2 = 3, a_3 = 4, b_1 = 1, b_2 = 6, c_1 = 2, c_2 = 5$
- (3)  $a_3 = 4$
- (4)  $a_{29} = 43, b_{29} = 6010, c_{29} = 6009$

**2**

- (1)  $x^2 + y^2 + \left(z - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$
- (2) 証明は省略
- (3) 中心  $\left(-\frac{p}{r}, -\frac{q}{r}\right)$ , 半径  $\frac{1}{\sqrt{2r}}$  の円

**3**

- (1)  $a = -1, f(0) + f(1) = -4$
- (2)  $g'(x) = -24xe^{-2x}$
- (3)  $f(x) = 12x + 6 - \frac{28e^{2x}}{e^2 + 1}$