

## 2017年度 山形大学 (前期)

医学部

試験時間 : 120 分

全問必答

- 1** 大中小 3 個のさいころを同時に投げる。出る目の和を  $S$  で表すとき、次の問に答えよ。
- (1) 出る目の最小値が 2 になる確率を求めよ。
  - (2)  $S = 4$  または  $S = 17$  になる確率を求めよ。
  - (3)  $5 \leq S \leq 16$  になる確率を求めよ。
  - (4) 大中小それぞれのさいころの出る目を  $a, b, c$  とする。座標平面上の 3 点  $A(a, 0), B(-b, 0), C(0, c^2)$  に対し、 $\triangle ABC$  の面積を  $T$  とするとき、 $T \leq 9$  になる確率を求めよ。
- 2**  $\triangle ABC$  において、 $AB = 6, BC = 5, CA = 4$  とする。辺  $BC$  の垂直二等分線と辺  $CA$  の垂直二等分線との交点を  $D$ 、 $\angle C$  の二等分線と辺  $AB$  との交点を  $E$  とする。また、 $\overrightarrow{CA} = \vec{a}, \overrightarrow{CB} = \vec{b}$  とする。このとき、次の問に答えよ。
- (1) 内積  $\vec{a} \cdot \vec{b}$  を求めよ。
  - (2)  $\overrightarrow{CE}$  を  $\vec{a}$  と  $\vec{b}$  で表せ。また、 $|\overrightarrow{CE}|$  を求めよ。
  - (3)  $\overrightarrow{CD}$  を  $\vec{a}$  と  $\vec{b}$  で表せ。また、内積  $\overrightarrow{CD} \cdot \overrightarrow{CE}$  を求めよ。
  - (4) 点  $D$  から線分  $CE$  に下ろした垂線と線分  $CE$  との交点を  $P$  とする。 $\overrightarrow{CP}$  を  $\vec{a}$  と  $\vec{b}$  で表せ。
- 3** 関数  $y = \sqrt{x^2 + 1}$  のグラフを  $C$  とする。 $p > 0$  とし、点  $P(p, \sqrt{p^2 + 1})$  における曲線  $C$  の接線を  $L$ 、 $x$  軸と直線  $L$  との交点を点  $A(a, 0)$  とする。このとき、次の問に答えよ。
- (1) 直線  $L$  の方程式と点  $A$  の  $x$  座標  $a$  を  $p$  を用いて表せ。
  - (2) 曲線  $C$  と直線  $L$  および  $y$  軸で囲まれた図形を、 $x$  軸のまわりに 1 回転してできる回転体の体積  $V$  を  $p$  を用いて表せ。
  - (3) 関数  $f(x) = x\sqrt{x^2 + 1} + \log(x + \sqrt{x^2 + 1})$  を微分せよ。
  - (4)  $p = 2$  のとき、直線  $x = a$  と曲線  $C$  および直線  $L$  で囲まれた図形の面積  $S$  を求めよ。

**4** 方程式  $(z-i)^4 = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$  の解を, 虚部の大きい方から順に  $z_1, z_2, z_3, z_4$  とする。このとき, 次の問に答えよ。

(1) 複素数  $z_1, z_2, z_3, z_4$  を求めよ。

(2) 複素数  $\left\{(3-\sqrt{3})\frac{z_1}{z_2}\right\}^{10}$  を求めよ。

(3) 実数  $s$  に対して,  $\frac{|z_3-s|}{|z_2-s|}$  が最大になる  $s$  の値を求めよ。

## 2017年度 山形大学 (前期)

医学部

(略解)

☞ 証明, 図示などは省略

**1**

(1)  $\frac{61}{216}$

(2)  $\frac{1}{36}$

(3)  $\frac{26}{27}$

(4)  $\frac{43}{216}$

**2**

(1)  $\frac{5}{2}$

(2)  $\vec{CE} = \frac{5}{9}\vec{a} + \frac{4}{9}\vec{b}, |\vec{CE}| = \frac{10}{3}$

(3)  $\vec{CD} = \frac{3}{7}\vec{a} + \frac{16}{35}\vec{b}, \vec{CD} \cdot \vec{CE} = 10$

(4)  $\vec{CP} = \frac{1}{2}\vec{a} + \frac{2}{5}\vec{b}$

**3**

(1)  $y = \frac{p}{\sqrt{p^2+1}}x + \frac{1}{\sqrt{p^2+1}}, a = -\frac{1}{p}$

(2)  $V = \frac{\pi p^3}{3(p^2+1)}$

(3)  $f'(x) = 2\sqrt{x^2+1}$

(4)  $S = \frac{1}{2} \log \frac{7+3\sqrt{5}}{2} - \frac{\sqrt{5}}{8}$

**4**

(1)  $z_1 = -\frac{1}{2} + \left(1 + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)i, z_2 = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{3}{2}i, z_3 = -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i, z_4 = \frac{1}{2} + \left(1 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)i$

(2)  $32i$

(3)  $s = \frac{1+\sqrt{7}}{\sqrt{3}}$