

2015年度 神戸大学（前期）

医学部

試験時間：120 分

 全問必答

1 座標平面上の2つの曲線 $y = \frac{x-3}{x-4}$, $y = \frac{1}{4}(x-1)(x-3)$ をそれぞれ C_1 , C_2 とする。以下の問に答えよ。

- (1) 2 曲線 C_1 , C_2 の交点をすべて求めよ。
- (2) 2 曲線 C_1 , C_2 の概形をかき、 C_1 と C_2 で囲まれた図形の面積を求めよ。

2 座標平面上の楕円 $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ を C とする。 $a > 2$, $0 < \theta < \pi$ とし、 x 軸上の点 $A(a, 0)$ と楕円 C 上の点 $P(2\cos\theta, \sin\theta)$ をとる。原点を O とし、直線 AP と y 軸との交点を Q とする。点 Q を通り x 軸に平行な直線と、直線 OP との交点を R とする。以下の問に答えよ。

- (1) 点 R の座標を求めよ。
- (2) (1) で求めた点 R の y 座標を $f(\theta)$ とする。このとき、 $0 < \theta < \pi$ における $f(\theta)$ の最大値を求めよ。
- (3) 原点 O と点 R の距離の2乗を $g(\theta)$ とする。このとき、 $0 < \theta < \pi$ における $g(\theta)$ の最小値を求めよ。

3 a を正の実数とする。座標平面上の曲線 C を

$$y = x^4 - 2(a+1)x^3 + 3ax^2$$

で定める。曲線 C が2つの変曲点 P , Q をもち、それらの x 座標の差が $\sqrt{2}$ であるとする。以下の問に答えよ。

- (1) a の値を求めよ。
- (2) 線分 PQ の中点と x 座標が一致するような、 C 上の点を R とする。三角形 PQR の面積を求めよ。
- (3) 曲線 C 上の点 P における接線が P 以外で C と交わる点を P' とし、点 Q における接線が Q 以外で C と交わる点を Q' とする。線分 $P'Q'$ の中点の x 座標を求めよ。

4 a, b を実数とし、自然数 k に対して $x_k = \frac{2ak + 6b}{k(k+1)(k+3)}$ とする。以下の問に答えよ。

- (1) $x_k = \frac{p}{k} + \frac{q}{k+1} + \frac{r}{k+3}$ がすべての自然数 k について成り立つような実数 p, q, r を、 a, b を用いて表せ。
- (2) $b = 0$ のとき、3 以上の自然数 n に対して $\sum_{k=1}^n x_k$ を求めよ。また、 $a = 0$ のとき、4 以上の自然数 n に対して $\sum_{k=1}^n x_k$ を求めよ。
- (3) 無限級数 $\sum_{k=1}^{\infty} x_k$ の和を求めよ。

5 a, b, c を 1 以上 7 以下の自然数とする。次の条件 (*) を考える。

(*) 3 辺の長さが a, b, c である三角形と、3 辺の長さが $\frac{1}{a}, \frac{1}{b}, \frac{1}{c}$ である三角形が両方とも存在する。

以下の問に答えよ。

- (1) $a = b > c$ であり、かつ条件 (*) をみたす a, b, c の組の個数を求めよ。
- (2) $a > b > c$ であり、かつ条件 (*) をみたす a, b, c の組の個数を求めよ。
- (3) 条件 (*) をみたす a, b, c の組の個数を求めよ。

2015年度 神戸大学（前期）**医学部**

（略解）

 証明，図示などは省略**1**

(1) $\left(0, \frac{3}{4}\right), (3, 0), (5, 2)$

(2) 図示は省略，面積： $3 - 2\log 2$

2

(1) $R\left(\frac{2a \cos \theta}{a - 2 \cos \theta}, \frac{a \sin \theta}{a - 2 \cos \theta}\right)$

(2) 最大値： $\frac{a}{\sqrt{a^2 - 4}}$

(3) $g(\theta) = a^2 \cdot \frac{1 + 3 \cos^2 \theta}{(a - 2 \cos \theta)^2}$ ，最大値： $\frac{3a^2}{3a^2 + 4}$

3

(1) $a = 1$

(2) $\frac{5\sqrt{2}}{8}$

(3) 1

4

(1) $p = 2b, q = a - 3b, r = -a + b$

(2) $b = 0$ のとき， $\frac{an(5n+13)}{6(n+2)(n+3)}$ ， $a = 0$ のとき， $\frac{bn(7n^2+42n+59)}{6(n+1)(n+2)(n+3)}$

(3) $\frac{5a+7b}{6}$

5

(1) 9

(2) 9

(3) 115