

<1997年 名古屋大学(前期)>

♠ 理系学部

1 $\triangle ABC$ 上に時速 u, v, w で等速運動する 3 点があって、それぞれ A から辺 AB に沿って B へ、B から辺 BC に沿って C へ、C から辺 CA に沿って A へ同時に出発したとする。 t 時間後のそれらの位置をそれぞれ $P(t), Q(t), R(t)$ とする。

3 点が同時に次の頂点に到達するための必要十分条件は、 $\triangle P(t)Q(t)R(t)$ の重心の位置が t によらず一定なことである。これを示せ。

2 座標平面上で、1 つの円が放物線 $y = x^2$ に右側から接し、かつ x 軸に上から接している。放物線との接点 A の x 座標を $a(>0)$ とするとき、円の中心 C の座標を求めよ。

ただし、円と放物線がある点で接するとは、その点で両者が交わり、かつその点における両者の接線が一致することをいう。

3 正数からなる数列 $\{a_n\}$ が、条件 $\sum_{k=1}^n (a_k)^2 = n^2 + 2n$ をみたしているとする。数列 $\left\{ \frac{a_1 + \dots + a_n}{n^r} \right\}$ が収束する実数 r の範囲を求めよ。また収束する場合、その極限値を求めよ。

第4問は選択問題である。次の 4(a) または 4(b) のいずれか一方を選んで解答せよ。

4 (a) 均質な材質で出来た直方体の各面に 1 から 6 までの数を 1 つずつ書いてサイコロの代わりにする(1 の反対側が 6 とはかぎらない)。ある数の出る確率が $\frac{1}{9}$ であり、別のある数が出る確率が $\frac{1}{4}$ であるとする。さらに出る目の数の期待値が 3 であるとする。3 の書かれている面の反対側の面に書かれている数は何か。

4 (b)

(1) 多項式 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ (a, b, c は実数) を考える。 $f(-1), f(0), f(1)$ がすべて整数ならば、すべての整数 n に対し、 $f(n)$ は整数であることを示せ。

(2) $f(1996), f(1997), f(1998)$ がすべて整数の場合はどうか？

♠ 文系学部

※注：法・文・教育・情報文化学部 1~2 必答・3, 4 から 1 題選択。経済学部 2~3 必答・5, 6 から 1 題選択。

1 正三角形 ABC 上に時速 u, v, w で等速運動する 3 点があって、それぞれ A から辺 AB に沿って B へ、B から辺 BC に沿って C へ、C から辺 CA に沿って A へ同時に出発したとする。 t 時間後のそれらの位置をそれぞれ $P(t), Q(t), R(t)$ とする。いずれかの点が次の頂点に到達するまでの間、 $\triangle P(t)Q(t)R(t)$ の重心が動かないための条件を求めよ。

2 原点 O を通る 3 次曲線 $y = x^3$ と O を通る直線 $l : y = tx$ ($t > 0$) を考える。 $x > 0$ での曲線と l との交点を P とする。

(1) $x \geq 0$ の範囲で曲線と l とで囲まれる領域の面積を求めよ。

(2) 点 Q が曲線上を O から P まで動くとき $\triangle OPQ$ の面積の最大値を求めよ。

3 理科系 **4(a)** と同じ .

4 理科系 **4(b) (1)** と同じ .

5 理科系 **1** と同じ .

6 2次行列 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ が $A^2 = 3A$ をみたすとする .

(1) $t = a + d$, $D = ad - bc$ を求めよ .

(2) さらに $A \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ であり , 方程式 $A \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ が解をもつとき , 行列 A を求めよ .

出題範囲と難易度

♣ 理系学部

- 1** 標準 B ベクトル
- 2** 標準 II 微分積分(接線と法線)
- 3** や難 III 積分法(区分求積法)
- 4** (a) 標準 I 確率
- 4** (b) 標準 A 整数問題

♣ 文系学部

- 1** 標準 B ベクトル
- 2** 標準 II 微分積分(面積)
- 3** 標準 I 確率
- 4** 標準 A 整数問題
- 5** 標準 B ベクトル
- 6** 標準 C 行列

略解

◇ 理系学部

1 証明は省略

2 $C \left(\frac{a}{2} (\sqrt{4a^2 + 1} + 1), \frac{1}{4} \sqrt{4a^2 + 1} (\sqrt{4a^2 + 1} - 1) \right)$

3

$$\begin{cases} \text{収束する } r \text{ の範囲は } r \geq \frac{3}{2} \\ \text{極限値は } r > \frac{3}{2} \text{ のとき } 0, r = \frac{3}{2} \text{ のとき } \frac{2\sqrt{2}}{3} \end{cases}$$

4 (a) 6

4 (b) (1) 証明は省略

(2) 整数である .

◇ 文系学部

1 $u = v = w$

2 (1) $\frac{1}{4}t^2$

(2) $\frac{\sqrt{3}}{9}t^2$

3 理科系 **4**(a) と同じ .**4** 理科系 **4**(b)(1) と同じ .**5** 理科系 **1** と同じ .

6 (1) $(t, D) = (3, 0), (0, 0), (6, 9)$

(2) $A = \begin{pmatrix} -6 & 3 \\ -18 & 9 \end{pmatrix}$