◀1996 年　名古屋大学（前期）▶

♠ 理系学部

1　数列 $\{a_n\}$ があって，すべての n について，初項 a_1 から第 n 項 a_n までの和が $\left(a_n+\dfrac{1}{4}\right)^2$ に等しいとする．

（1）　a_n がすべて正とする．一般項 a_n を求めよ．

（2）　最初の 100 項のうち，1 つは負で他はすべて正とする．a_{100} を求めよ．

2　xyz 空間内で，平面 $z=1$ 上に円 $(x-1)^2+(y-1)^2=4$，平面 $z=2$ 上に直線 $x=1$ がある．点 $\mathrm{A}(0,\,0,\,t)$, $t>2$, にある光源が xy 平面に映すこれらの円と直線の影を，それぞれ $C,\,l$ とする．

（1）　C と l が相異なる 2 点で交わるような t の範囲を求めよ．

（2）　C と l の 2 交点を結ぶ線分の中点を P とする．t が (1) の範囲を動くときの点 P の軌跡を図示せよ．

3　自然数 n と正の数 t に対して $f_n(t)=\displaystyle\int_1^n \frac{1}{x}\left|\log\frac{t}{x}\right|dx$ とおく．

（1）　各 n に対して，$1\leqq t\leqq n$ における $f_n(t)$ の最大値 A_n と最小値 B_n を求めよ．

（2）　$\displaystyle\lim_{n\to\infty}(A_{n+1}-A_n)$ を求めよ．ただし，$\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{\log x}{x}=0$ は用いてよい．

第 4 問は選択問題である．次の **4**(a) または **4**(b) のいずれか一方を選んで解答せよ．

4 (a) 3 人がじゃんけんで，1, 2, 3 番を決める．ちょうど n 回目で 3 人の順位が確定する確率 $P(n)$ を求めよ．ただし 3 人とも，グー，チョキ，パーを出す確率はすべて $\dfrac{1}{3}$ とする．

4 (b) $f_0(x)=1$, $f_1(x)=1-x$, ……, $f_n(x)=1-x+\dfrac{x^2}{2!}-\dfrac{x^3}{3!}+\cdots\cdots+\dfrac{(-1)^nx^n}{n!}$, …… とおく．このとき，次を示せ．

（1）　$n\geqq 1$ のとき，$f_n'(x)=-f_{n-1}(x)$ である．

（2）　$x\geqq 0$ とするとき，n が偶数なら $f_n(x)\geqq e^{-x}$，奇数なら $f_n(x)\leqq e^{-x}$ が成立する．

（3）　n が奇数のとき，$f_n(x)=0$ は $x\geqq 0$ の範囲でただ 1 つの解をもつ．

♠ 文系学部

1　a を正の数とする．xy 平面において，次の条件（ i ）と（ ii ）をみたす直線 l が存在するような a の範囲を求めよ．

（ i ）l の y 切片は a である．

（ ii ）放物線 $y=3x^2$ と l で囲まれる図形の面積は 4 以下である．

2　xy 平面上に，原点 O を 1 つの頂点とし，∠P を直角とする直角二等辺三角形 △OPR がある．頂点 R が曲線 $xy=1\ (x>0)$ を動くときの頂点 P の軌跡を図示せよ．

第 3 問は選択問題である．次の **3**(a) または **3**(b) のいずれか一方を選んで解答せよ．

3 (a) 理科系 **4**(a) と同じ．

3 (b) 正の数からなる数列 $\{a_n\}$ があって，すべての n について，初項 a_1 から第 n 項 a_n までの和が

$\left(a_n+\dfrac{1}{4}\right)^2$ に等しいとする．このとき，一般項 a_n を求めよ．

出題範囲と難易度

♣ 理系学部

- **1** 　やや難　基解　数列（漸化式）
- **2** 　標準　代幾　ベクトル（空間）
- **3** 　やや難　微積　積分法（定積分で表された関数）
- **4** （a）　標準　確統　確率
- **4** （b）　やや難　微積　微分法の応用（不等式への応用）

♣ 文系学部

- **1** 　標準　基解　微分積分（面積）
- **2** 　やや難　代幾　２次曲線（軌跡）
- **3** （a）　標準　確統　確率
- **3** （b）　標準　基解　数列（漸化式）

略解

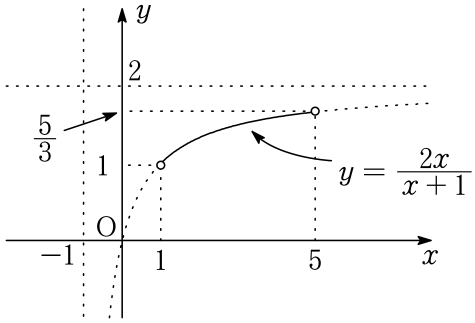
◇ 理系学部

1　(1) $a_n = \dfrac{1}{4}(2n-1)$

(2) $a_{100} = \dfrac{195}{4},\ -\dfrac{197}{4}$

2　(1) $t > \dfrac{5}{2}$

(2) $y = \dfrac{2x}{x+1}$ $(1<x<5)$



3　(1) $A_n = \dfrac{1}{2}(\log n)^2,\ B_n = \dfrac{1}{4}(\log n)^2$

(2) 0

4　(a)　$P(n) = \dfrac{4(n-1)}{3^n}$

4　(b)　(1) 証明は省略

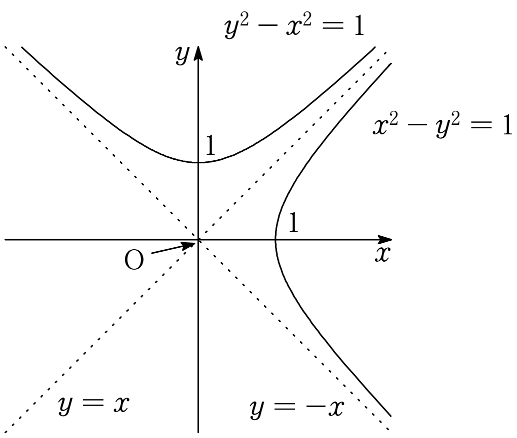
(2) 証明は省略

(3) 証明は省略

◇ 文系学部

1　$0 < a \leqq 3$

2　$x^2 - y^2 = 1,\ y < x$ および $y^2 - x^2 = 1,\ y > -x$



3　(a)　理科系 **4**(a) と同じ.

3　(b)　$a_n = \dfrac{1}{4}(2n-1)$