◀2017 年　京都大学（前期）▶

♠ 理系学部

1　w を 0 でない複素数，x, y を $w+\dfrac{1}{w}=x+yi$ を満たす実数とする．

(1)　実数 R は $R>1$ を満たす定数とする．w が絶対値 R の複素数全体を動くとき，xy 平面上の点 $(x,\ y)$ の軌跡を求めよ．

(2)　実数 α は $0<\alpha<\dfrac{\pi}{2}$ を満たす定数とする．w が偏角 α の複素数全体を動くとき，xy 平面上の点 $(x,\ y)$ の軌跡を求めよ．

2　四面体 OABC を考える．点 D, E, F, G, H, I は，それぞれ辺 OA, AB, BC, CO, OB, AC 上にあり，頂点ではないとする．このとき，次の問に答えよ．

(1)　$\overrightarrow{\mathrm{DG}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{EF}}$ が平行ならば $\mathrm{AE}:\mathrm{EB}=\mathrm{CF}:\mathrm{FB}$ であることを示せ．

(2)　D, E, F, G, H, I が正八面体の頂点となっているとき，これらの点は OABC の各辺の中点であり，OABC は正四面体であることを示せ．

3　p, q を自然数，α, β を

$$\tan\alpha=\frac{1}{p},\quad \tan\beta=\frac{1}{q}$$

を満たす実数とする．このとき

$$\tan(\alpha+2\beta)=2$$

を満たす p, q の組 $(p,\ q)$ をすべて求めよ．

4　$\triangle\mathrm{ABC}$ は鋭角三角形であり，$\angle\mathrm{A}=\dfrac{\pi}{3}$ であるとする．また $\triangle\mathrm{ABC}$ の外接円の半径は 1 であるとする．

(1)　$\triangle\mathrm{ABC}$ の内心を P とするとき，$\angle\mathrm{BPC}$ を求めよ．

(2)　$\triangle\mathrm{ABC}$ の内接円の半径 r の取りうる値の範囲を求めよ．

5　$a\geqq 0$ とする．$0\leqq x\leqq\sqrt{2}$ の範囲で曲線 $y=xe^{-x}$，直線 $y=ax$，直線 $x=\sqrt{2}$ によって囲まれた部分の面積を $S(a)$ とする．このとき，$S(a)$ の最小値を求めよ．（ここで，「囲まれた部分」とは，上の曲線または直線のうち 2 つ以上で囲まれた部分を意味するものとする．）

6　n を自然数とする．n 個の箱すべてに，$\boxed{1}$, $\boxed{2}$, $\boxed{3}$, $\boxed{4}$, $\boxed{5}$ の 5 種類のカードがそれぞれ 1 枚ずつ計 5 枚入っている．各々の箱から 1 枚ずつカードを取り出し，取り出した順に左から並べて n 桁の数 X を作る．このとき，X が 3 で割り切れる確率を求めよ．

♠ 文系学部

1　曲線 $y=x^3-4x+1$ を C とする．直線 ℓ は C の接線であり，点 $\mathrm{P}(3,\ 0)$ を通るものとする．また，ℓ の傾きは負であるとする．このとき，C と ℓ で囲まれた部分の面積 S を求めよ．

2　次の問に答えよ．ただし，$0.3010<\log_{10}2<0.3011$ であることは用いてよい．

(1)　100 桁以下の自然数で，2 以外の素因数を持たないものの個数を求めよ．

(2)　100 桁の自然数で，2 と 5 以外の素因数を持たないものの個数を求めよ．

3　座標空間において原点 O と点 A(0, −1, 1) を通る直線を ℓ とし，点 B(0, 2, 1) と点 C(−2, 2, −3) を通る直線を m とする．ℓ 上の 2 点 P, Q と，m 上の点 R を △PQR が正三角形となるようにとる．このとき，△PQR の面積が最小となるような P, Q, R の座標を求めよ．

4

p, q を自然数，α, β を

$$\tan\alpha = \frac{1}{p}, \quad \tan\beta = \frac{1}{q}$$

を満たす実数とする．このとき，次の問に答えよ．

(1)　次の条件

(A)　$\tan(\alpha + 2\beta) = 2$

を満たす p, q の組 (p, q) のうち，$q \leqq 3$ であるものをすべて求めよ．

(2)　条件 (A) を満たす p, q の組 (p, q) で，$q > 3$ であるものは存在しないことを示せ．

5　n を 2 以上の自然数とする．さいころを n 回振り，出た目の最大値 M と最小値 L の差 $M - L$ を X とする．

(1)　$X = 1$ である確率を求めよ．

(2)　$X = 5$ である確率を求めよ．

出題範囲と難易度

♣ 理系学部

- **1**　|分析中|　$\boxed{\text{III}}$ 複素数平面
- **2**　|分析中|　$\boxed{\text{B}}$ ベクトル（空間）
- **3**　|分析中|　$\boxed{\text{A}}$ 整数問題・$\boxed{\text{II}}$ 三角関数
- **4**　|分析中|　$\boxed{\text{A}}$ 平面図形
- **5**　|分析中|　$\boxed{\text{III}}$ 微分法の応用・積分法の応用
- **6**　|分析中|　$\boxed{\text{A}}$ 確率・$\boxed{\text{B}}$ 数列

♣ 文系学部

- **1**　|分析中|　$\boxed{\text{II}}$ 微分積分
- **2**　|分析中|　$\boxed{\text{A}}$ 整数問題・$\boxed{\text{II}}$ 対数関数
- **3**　|分析中|　$\boxed{\text{B}}$ 空間図形
- **4**　|分析中|　$\boxed{\text{A}}$ 整数問題・$\boxed{\text{II}}$ 三角関数
- **5**　|分析中|　$\boxed{\text{A}}$ 確率

注: 出題範囲は分析中のため変更される場合があります．