◀1997 年　神戸大学（前期）▶

♠ 理系学部

✐注：**1**, **2**, **5**, **6**, は共通問題．**3**, **4** から 1 題を選択して解答．

1　3 次関数 $f(x)=ax^3+(a-2)x\ (a>0)$ について，次の問いに答えよ．

(1)　$y=f(x)$ が極値をもつような a の値の範囲を求めよ．

(2)　$y=f(x)$ が極値をもつとき，極大値と極小値の差が $2|a-2|$ と等しくなるような a の値を求めよ．

2　$2n$ 個の白玉と n 個の赤玉をでたらめに並べる．このとき，次の問いに答えよ．

(1)　直線上に並べるときに赤玉どうしが隣り合わない確率を求めよ．

(2)　円周状に並べるときに赤玉どうしが隣り合わない確率を求めよ．

3　平面上の相異なる 2 点 A, B は原点 O と異なり，3 点 O, A, B は同一直線上にないとする．ここで，$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a}$, $\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\vec{b}$ とする．平面上の 1 次変換 f が条件

$$f\left(\vec{a}\right)=\vec{a},\ f\left(\vec{b}\right)=3\vec{a}+2\vec{b}$$

を満たすとき，次の問いに答えよ．

(1)　$f\left(t\vec{a}+\vec{b}\right) \mathbin{/\!/} t\vec{a}+\vec{b}$ を満たすような実数 t を求めよ．

(2)　点 A を通り，原点を通らない直線 ℓ であって，変換 f によって ℓ の点がすべて ℓ の点にうつされるような直線 ℓ の方程式を求めよ．

4　複素数平面上において，複素数 $0, 2, z, z^2$ を表す点を，それぞれ O, A, B, C とする．3 点 O, A, B が三角形の頂点をなすとき，次の問いに答えよ．

(1)　△OAB が直角三角形になるとき，点 B は複素数平面上でどのような図形上にあるかを図示せよ．

(2)　△OAB が直角三角形であり，かつ，∠AOC が直角になるときの z を求めよ．

5　数列 $\{a_n\}$ は

$$0<a_1<3,\quad a_{n+1}=1+\sqrt{1+a_n}\quad (n=1,2,3,\cdots\cdots)$$

を満たすものとする．このとき，次の (1), (2), (3) を示せ．

(1)　$n=1,2,3,\cdots\cdots$ に対して，$0<a_n<3$ が成り立つ．

(2)　$n=1,2,3,\cdots\cdots$ に対して，$3-a_n \leqq \left(\dfrac{1}{3}\right)^{n-1}(3-a_1)$ が成り立つ．

(3)　$\displaystyle\lim_{n\to\infty} a_n=3$

6　曲線 $y=\sqrt{1-x^2}$ を C_1，曲線 $y=\dfrac{1}{1+x^2}$ を C_2 とし，C_1 と C_2 の $(x,y)=(0,1)$ 以外の交点の x 座標を $\pm a\ (a>0)$ とする．このとき，次の問いに答えよ．

(1)　a^2 の値を求めよ．

(2)　$0\leqq x\leqq a$ で 2 つの曲線 C_1, C_2 に囲まれた部分の面積を S_1 とする．また，$a\leqq x\leqq 1$ で 2 つの曲線 C_1, C_2 と直線 $x=1$ に囲まれた部分の面積を S_2 とする．S_1 と S_2 の大小を判定せよ．

♠ 文系学部

✑注：**1**, **4**, は共通問題．**2**, **3** から 1 題を選択して解答．

1　△ABC において，辺 AB を 2 : 1 に内分する点を L，辺 AC の中点を M，線分 CL と線分 BM の交点を P とする．線分 AP の延長線が線分 BC と交わる点を N とする．このとき，次の問いに答えよ．

(1)　$\overrightarrow{\mathrm{AP}}$ を $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ を用いて表せ．

(2)　$\overrightarrow{\mathrm{AN}}$ を $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ を用いて表せ．

(3)　$\angle \mathrm{ACB} = \theta$, $\mathrm{AC} = 2a$ とする．$\overrightarrow{\mathrm{AN}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{BC}}$ が直交するときに，線分 BC, AB の長さを a と θ を用いて表せ．

2　平面 $x + 2y + z = 2$ を π，直線 $\dfrac{x-1}{a} = \dfrac{y-2}{3} = \dfrac{z+1}{-4}$ を ℓ とし，π と ℓ は交点をもたないとする．このとき，次の問いに答えよ．

(1)　a の値を求めよ．

(2)　平面 π に関し点 $(1,\ 2,\ -1)$ と対称な点を通り直線 ℓ と平行な直線の方程式を求めよ．

3　互いに異なる 3 つの複素数 α, β, γ の間に，等式

$$\alpha^3 - 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 - \beta^3 = 8(\beta^3 - 3\beta^2\gamma + 3\beta\gamma^2 - \gamma^3)$$

が成り立つとする．このとき，次の問いに答えよ．

(1)　$\dfrac{\alpha-\beta}{\gamma-\beta}$ を求めよ．

(2)　3 点 α, β, γ が同一直線上にないとき，それらを頂点とする三角形はどのような三角形か．

4　理系学部 **1** と同じ．

出題範囲と難易度

♣ 理系学部

- **1**　基本　II　微分積分
- **2**　標準　I　確率
- **3**　標準　代幾　1 次変換
- **4**　基本　B　複素数と複素数平面
- **5**　標準　III　数列の極限
- **6**　標準　III　積分の応用

♣ 文系学部

- **1**　標準　B　ベクトル
- **2**　基本　代幾　直線の方程式・平面の方程式
- **3**　標準　B　複素数と複素数平面
- **4**　基本　II　微分積分

略解

◇ 理系学部

1 (1)　$0 < a < 2$

(2)　$a = \dfrac{8}{31}$

2 (1)　$\dfrac{(2n+1)!(2n)!}{(n+1)!(3n)!}$

(2)　$\dfrac{(2n-1)!(2n)!}{(3n-1)!n!}$

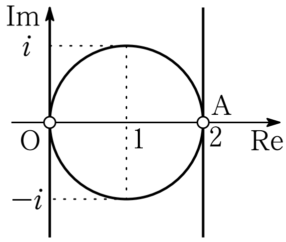
3 (1)　$t = 3$

(2)　$\ell : \vec{p} = \vec{a} + s\left(3\vec{a} + \vec{b}\right)$

4 (1)　右図太実線部分で白丸部分は除く．

直線 $z = 0$，直線 $z = 2$ 上の点と中心 1，半径 1 の円周上の点

（ただし，点 0, 2 は除く．）



(2)　$z = 1 \pm i$，$2 \pm 2i$

5 (1)　証明は省略

(2)　証明は省略

(3)　証明は省略

6 (1)　$a^2 = \dfrac{\sqrt{5}-1}{2}$

(2)　$S_1 = S_2$

◇ 文系学部

1 (1)　$\overrightarrow{\mathrm{AP}} = \dfrac{1}{2}\overrightarrow{\mathrm{AB}} + \dfrac{1}{4}\overrightarrow{\mathrm{AC}}$

(2)　$\overrightarrow{\mathrm{AN}} = \dfrac{2}{3}\overrightarrow{\mathrm{AB}} + \dfrac{1}{3}\overrightarrow{\mathrm{AC}}$

(3)　$\mathrm{BC} = 3a\cos\theta$，$\mathrm{AB} = a\sqrt{4 - 3\cos^2\theta}$

2 (1)　$a = -2$

(2)　$\dfrac{x - \frac{1}{3}}{-2} = \dfrac{y - \frac{2}{3}}{3} = \dfrac{z + \frac{5}{3}}{-4}$

3 (1)　$\dfrac{\alpha - \beta}{\gamma - \beta} = -2$，$1 \pm \sqrt{3}i$

(2)　$\angle\alpha\gamma\beta = 90^\circ$，$\angle\alpha\beta\gamma = 60^\circ$，$\angle\beta\alpha\gamma = 30^\circ$ の直角三角形

4 　理系学部 **1** と同じ．