

29

('15 広島大)

【難易度】…標準

n を自然数とし, p_n, q_n を実数とする. ただし, p_1, q_1 は $p_1^2 - 4q_1 = 4$ を満たすとする. 2 次方程式 $x^2 - p_n x + q_n = 0$ は異なる実数解 α_n, β_n をもつとする. ただし, $\alpha_n < \beta_n$ とする. $c_n = \beta_n - \alpha_n$ とおくと, 数列 $\{c_n\}$ は

$$\frac{c_{n+1}}{c_n} = \frac{n+2}{\sqrt{n(n+1)}} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

を満たすとする. 次の問いに答えよ.

- (1) $r_n = \log_2(n\sqrt{n} + \sqrt{n})$ とするとき, $\frac{n+2}{\sqrt{n(n+1)}}$ を r_n, r_{n+1} を用いて表せ.
- (2) c_n を n の式で表せ.
- (3) $p_n = n\sqrt{n}$ であるとき, q_n を n の式で表せ.