

22

('05 北海道大)

【難易度】… 難

$f(x)$  は最高次の係数が 1 の整式とする .

(1) 自然数  $n, m$  に対し,  $\int_0^n t^m dt \leq \sum_{k=1}^n k^m \leq \int_0^n (t+1)^m dt$  を示せ .

(2)  $f(x)$  の次数を  $r$  とするとき, 次が成り立つことを示せ .

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^{r+1}} \sum_{k=1}^n f(k) = \frac{1}{r+1}$$

(3) すべての自然数  $n$  に対して  $\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n f(k) = \frac{1}{2} f(n)$  が成り立つような  $f(x)$  を求めよ .