

13

('07 京都府立医科大)

【難易度】… 難

n を自然数とし、関数 $f_n(x) = \sin^{n+1} x$ の $0 < x < \frac{\pi}{2}$ における変曲点の x 座標を x_n とする。

- (1) 極限值 $\lim_{n \rightarrow \infty} f_n(x_n)$ を求めよ。ただし、必要ならば $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e$ であることは用いてよい。
- (2) 極限值 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n} \left(\frac{\pi}{2} - x_n\right)$ を求めよ。
- (3) 点 $(x_n, f_n(x_n))$ における曲線 $y = f_n(x)$ の接線と x 軸との交点を P_n とし、直線 $x = \frac{\pi}{2}$ との交点を Q_n とする。3点 P_n, Q_n および $R\left(\frac{\pi}{2}, 0\right)$ を頂点とする三角形の面積を S_n とするとき、極限值 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n} S_n$ を求めよ。