19 （'11 広島大） **【難易度】** … **標準**

平面上で，線分 AB を 1 : 2 に内分する点を O とし，O を中心とする半径 OB の円を S，円 S と直線 AB との交点のうち点 B と異なる方を C とする．点 P は円 S の内部にあり，線分 BC 上にないものとする．

円 S と直線 PB との交点のうち点 B と異なる方を Q とする．$\overrightarrow{\mathrm{PA}}=\vec{a}$, $\overrightarrow{\mathrm{PB}}=\vec{b}$, $\angle \mathrm{APB}=\theta$ とおくとき，次の問いに答えよ．

（1） $\overrightarrow{\mathrm{PO}}$, $\overrightarrow{\mathrm{PC}}$, $\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ を $\vec{a}$, $\vec{b}$ で表せ．

（2） 点 P が円 S の内部にあることを用いて，$\cos\theta < \dfrac{\left|\vec{b}\right|}{4\left|\vec{a}\right|}$ を証明せよ．

（3） PQ の長さを $\left|\vec{a}\right|$, $\left|\vec{b}\right|$, θ で表せ．

（4） PA = 3, PB = 2 とする．△QAB = 3△POB を満たすとき，△PAB の面積を求めよ．

