

**21** ('06 九州大)

【難易度】…標準

2つの数列  $\{a_n\}$ ,  $\{b_n\}$  は,  $a_1 = b_1 = 1$  および, 関係式

$$\begin{cases} a_{n+1} = 2a_nb_n \\ b_{n+1} = 2a_n^2 + b_n^2 \end{cases}$$

をみたまものとする. このとき, 次の問いに答えよ.

- (1)  $n \geq 3$  のとき,  $a_n$  は 3 で割り切れるが,  $b_n$  は 3 で割り切れないことを示せ.
- (2)  $n \geq 2$  のとき,  $a_n$  と  $b_n$  は互いに素であることを示せ.