

14

('09 早稲田大)

【難易度】…基本

$x = 5 + 3i$ とするとき, $2x^5 - 20x^4 + 68x^3 - x^2 + 10x - 83$ の値を求めよ. ただし, i は虚数単位とする.

【テーマ】: 複素数の計算

方針

まともに代入することはもちろんしません. $x = 5 + 3i$ を解にもつ 2 次方程式を考えます.

**解答**

$x = 5 + 3i$ より, $x - 5 = 3i$ であるから, 両辺を 2 乗すると

$$(x - 5)^2 = -9 \iff x^2 - 10x + 34 = 0 \dots\dots \textcircled{1}$$

ここで, $2x^5 - 20x^4 + 68x^3 - x^2 + 10x - 83$ を $x^2 - 10x + 34$ で割ると, 商が $2x^3 - 1$ で余りが -49 となることから,

$$2x^5 - 20x^4 + 68x^3 - x^2 + 10x - 83 = (x^2 - 10x + 34)(2x^3 - 1) - 49$$

と変形できる. この式において, $x = 5 + 3i$ を代入すると, $\textcircled{1}$ から右辺は -49 となる. したがって, 求める値は -49 ……(答)

**解説**

整式の除法を使う方法と, 次数下げを使う方法があります. どちらも大切な解法なので熟知しておきましょう. ただし, 本問では次数下げをすると計算量が膨大になるので, 整式の除法を用いる方が賢明でしょう.