

2025年度 東海大学 前期1日目理系 第2問

問題 四面体 OPQR において

$$OP = OQ = PQ = 2, QR = 2\sqrt{3}, OR = 4, PR = 3\sqrt{2}$$

であり, $\vec{OP} = \vec{p}$, $\vec{OQ} = \vec{q}$, $\vec{OR} = \vec{r}$ とおく。

(1) $\vec{p} \cdot \vec{q} = \boxed{\text{ア}}$, $\vec{q} \cdot \vec{r} = \boxed{\text{イ}}$ である。

(2) $\cos \angle POR = \boxed{\text{ウ}}$, $\vec{p} \cdot \vec{r} = \boxed{\text{エ}}$ である。

(3) 3点 O, P, Q を通る平面を α とし, 点 R から α へ下ろした垂線と α の交点を H とする。 x, y を実数として, $\vec{OH} = x\vec{p} + y\vec{q}$ とおく。 $\vec{p} \cdot \vec{RH}$ を x, y を用いて表すと $\vec{p} \cdot \vec{RH} = \boxed{\text{オ}}x + 2y - 1$ であり, $\vec{q} \cdot \vec{RH}$ を x, y を用いて表すと $\vec{q} \cdot \vec{RH} = \boxed{\text{カ}}x + 4y - 4$ であるから, $x = \boxed{\text{キ}}$, $y = \boxed{\text{ク}}$ となる。

(4) 直線 PH と直線 OQ の交点を L とすると, $OL : LQ = \boxed{\text{ケ}} : 1$ である。

S.toukai2025A1.02.pbm