2021 年度　東京医科大学　前期理系　第２問

問題　関数 $f(x)=3\cos\dfrac{x}{9}+4\sin\dfrac{x}{12}$ について考える。関数 $3\cos\dfrac{x}{9}$ のすべての正の周期からなる集合を A とする。すなわち，

$$A=\left\{p \mid p>0 \text{ かつ すべての実数 } x \text{ について } 3\cos\frac{x+p}{9}=3\cos\frac{x}{9}\right\}$$

とする。同様に，関数 $4\sin\dfrac{x}{12}$ のすべての正の周期からなる集合を B とし，$f(x)$ のすべての正の周期からなる集合を C とする。

集合 A の要素のうち最小の要素は $\boxed{\text{アイ}}\,\pi$ である。また，集合 $A\cap B$ の要素のうち最小の要素を p_0 とすると $p_0=\boxed{\text{ウエ}}\,\pi$ である。

集合 $A\cap B$ の要素 p については，すべての実数 x について

$$3\cos\frac{x+p}{9}=3\cos\frac{x}{9} \text{ かつ } 4\sin\frac{x+p}{12}=4\sin\frac{x}{12}$$

が成立するので，すべての実数 x について

$$f(x+p)=3\cos\frac{x+p}{9}+4\sin\frac{x+p}{12}=3\cos\frac{x}{9}+4\sin\frac{x}{12}=f(x)$$

が成立し，$p\in C$ となる。したがって，$A\cap B\ \boxed{\text{（あ）}}\ C$ が示された。

関数 $f(x)$ の最大値を M とすると $M=\boxed{\text{オ}}$ であり，$f(x)=M$ となる最小の正の実数 x を c とすると $c=\boxed{\text{カキ}}\,\pi$ である。また $f(a)=M$ となる実数 a に対して整数 k があり $a=c+kp_0$ となるので $A\cap B=C$ が成立する。

（問）つぎの ⓪～⑨ の記号のうち，上記の空欄 $\boxed{\text{（あ）}}$ に当てはまる最も適当な記号は $\boxed{\text{ク}}$ である。

⓪ $\cap$　① $\cup$　② $\leqq$　③ $\geqq$　④ $\in$

⑤ $\ni$　⑥ $\subset$　⑦ $\supset$　⑧ $\Rightarrow$　⑨ $\perp$

S_toui2021A_02.pbm