

2021 年度 東京医科大学 前期理系 第 2 問

問題 関数 $f(x) = 3\cos \frac{x}{9} + 4\sin \frac{x}{12}$ について考える。関数 $3\cos \frac{x}{9}$ のすべての正の周期からなる集合を A とする。すなわち、

$$A = \left\{ p \mid p > 0 \text{ かつ すべての実数 } x \text{ について } 3\cos \frac{x+p}{9} = 3\cos \frac{x}{9} \right\}$$

とする。同様に、関数 $4\sin \frac{x}{12}$ のすべての正の周期からなる集合を B とし、 $f(x)$ のすべての正の周期からなる集合を C とする。

集合 A の要素のうち最小の要素は **アイ** π である。また、集合 $A \cap B$ の要素のうち最小の要素を p_0 とすると $p_0 =$ **ウエ** π である。

集合 $A \cap B$ の要素 p については、すべての実数 x について

$$3\cos \frac{x+p}{9} = 3\cos \frac{x}{9} \text{ かつ } 4\sin \frac{x+p}{12} = 4\sin \frac{x}{12}$$

が成立するので、すべての実数 x について

$$f(x+p) = 3\cos \frac{x+p}{9} + 4\sin \frac{x+p}{12} = 3\cos \frac{x}{9} + 4\sin \frac{x}{12} = f(x)$$

が成立し、 $p \in C$ となる。したがって、 $A \cap B$ **(あ)** C が示された。

関数 $f(x)$ の最大値を M とすると $M =$ **オ** であり、 $f(x) = M$ となる最小の正の実数 x を c とすると $c =$ **カキ** π である。また $f(a) = M$ となる実数 a に対して整数 k があり $a = c + kp_0$ となるので $A \cap B = C$ が成立する。

(問) つぎの ①～⑨ の記号のうち、上記の空欄 **(あ)** に当てはまる最も適当な記号は **ク** である。

- | | | | | |
|-----------------|-------------|-------------|-----------------|-----------|
| ① $\cap$ | ② $\cup$ | ③ $\leq$ | ④ $\geq$ | ⑤ $\in$ |
| ⑥ $\Rightarrow$ | ⑦ $\subset$ | ⑧ $\supset$ | ⑨ $\Rightarrow$ | ⑩ $\perp$ |

S_toui2021A_02.pbm