2019年度 昭和大学 I期理系 第1問

問題 次の各問いに答えよ。ただし、答えは結果のみを解答欄に記入せよ。

複素数平面上の点 $z_0 = x_0 + iy_0$ を考える。また z_0 を極形式で表した場合の絶対値を r 、偏角を θ_0 とし、 θ を $0 < \theta \leq \frac{\pi}{2}$ である定数とする。原点 O を中心とし、点 z_0 を正の向きに角 θ (ラジアン) 回転させた点と O を結ぶ線分を $1:2$ に内分する点を $z_1 = x_1 + iy_1$ とする。次に O を中心とし、点 z_1 を正の向きに角 θ 回転させた点と O を結ぶ線分を $1:2$ に内分する点を $z_2 = x_2 + iy_2$ とする。以下同様にし、点 $z_n = x_n + iy_n$ を定める。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) z_n を r , θ_0 , θ および n を用いて表せ。
- (2) $z_{n+1} - z_n = t(z_1 - z_0)$ (t は実数) となるような正の整数 n があるとき、 n を求めよ。
- (3) $z_0, z_1, \dots, z_n$ の実部を x 座標、虚部を y 座標とした xy 平面上の点を $P_0(x_0, y_0), P_1(x_1, y_1), \dots, P_n(x_n, y_n)$ とする。 $\triangle P_n P_{n+1} P_{n+2}$ の面積を S_n とするとき、無限級数 $\sum_{n=0}^{\infty} S_n$ の和を r, θ を用いて表せ。

S.syouwa2019A_01.pbm