

問題 座標平面上の点 (x, y) のうち x, y がともに整数であるものを格子点と呼ぶ。(1) の ワ にあてはまる適切な数と (1) の (ii) および (2) に対する解答を解答用紙の所定の欄に記載せよ。

(1) 原点 O および格子点 A, B を頂点とする $\triangle OAB$ のうち面積が最小となるものを考える。

(i) $\overrightarrow{OA} = (a_1, a_2), \overrightarrow{OB} = (b_1, b_2)$ とするとき $|a_1b_2 - a_2b_1| =$ ワ となる。

(ii) 平面上の点 P の位置ベクトルを, $\overrightarrow{OP} = m\overrightarrow{OA} + n\overrightarrow{OB}$ と表す。とくに P が格子点のとき, m, n は整数となることを示せ。

(2) 原点 O および格子点 A, B, C を頂点とする四角形のうち面積が最小となるものを考える。ただし各頂点における内角は 180° 未満とする。

(i) この四角形の周および内部に含まれる格子点は頂点のみであることを示せ。

(ii) この四角形は平行四辺形であることを示せ。