2023 年度　聖マリアンナ医科大学　前期理系　第 2 問

問題　聖さん，マリさんが常用対数表を見て話し合っている。次の会話文の $\boxed{カ}$ ～ $\boxed{メ}$ にあてはまる適切な数を 0～9 から選択し解答用紙の所定の欄に記入せよ。

$\log_{10}1.2$	$\log_{10}1.3$	$\log_{10}1.4$	$\log_{10}1.5$	$\log_{10}1.6$	$\log_{10}1.7$
0.0792	0.1139	0.1461	0.1761	0.2041	0.2304
$\log_{10}1.8$	$\log_{10}1.9$	$\log_{10}2.0$	$\log_{10}5.2$	$\log_{10}7.0$	
0.2553	0.2788	0.3010	0.7160	0.8451	

※ $\log_{10}x$ の値を小数第 5 位で四捨五入した値

聖　「$\log_{10}2.6$ は，

$$\log_{10}2.6 = \log_{10}(1.3\times 2) = \log_{10}1.3 + \log_{10}2.0 \qquad (1)$$

と考えると 0.4149 になるね」

マリ　「ちょっと待って，

$$\log_{10}2.6 = \log_{10}(5.2\div 2) = \log_{10}5.2 - \log_{10}2.0 \qquad (2)$$

と考えると 0.4150 だよ。結果が一致しないのはなぜだろう？」

聖　「何でだろうね？ … 表の右下に『$\log_{10}x$ の値を小数第 5 位で四捨五入した値』と書いてある。じゃあ，$\log_{10}1.3$ と $\log_{10}2.0$ の正確な値は

$$0.11385 \leqq \log_{10}1.3 < 0.11395$$

$$0.30\boxed{カ}\boxed{キ}\boxed{ク} \leqq \log_{10}2.0 < 0.30\boxed{ケ}\boxed{コ}\boxed{サ}$$

の範囲にあるということかな。これらを利用すると (1) から $\log_{10}2.6$ の正確な値は

$$0.41\boxed{シ}\boxed{ス} \leqq \log_{10}2.6 < 0.41\boxed{セ}\boxed{ソ}$$

の範囲にあると言えるね」

マリ　「(2) からは

$$0.41\boxed{タ}\boxed{チ} < \log_{10}2.6 < 0.41\boxed{ツ}\boxed{テ}$$

だね。$\log_{10}2.6$ の正確な値は聖さんの結果との共通部分にあるので

$$0.41\boxed{ト}\boxed{ナ} < \log_{10}2.6 < 0.41\boxed{ニ}\boxed{ヌ}$$

の範囲だね。」

聖　「次は $2023 = 7\times 17^2$ にちなんで何か調べてみようよ」

マリ　「$7^{17^2} = 7^{289}$ とか，やたらと大きい数を調べてみるのはどうかな？」

聖　「よし，7^{17^2} を調べよう。この巨大な数の下 2 桁は $\boxed{ネ}\boxed{ノ}$ だ。下 3 桁は難しいな。対数を利用すれば上 2 桁（最高位の数とその隣の数）は求められるよね」

マリ　「対数表の $\log_{10}7.0$ の値を用いて $\log_{10}7^{17^2} = 289\log_{10}7.0$ を計算すると

$$289\times 0.8451 = 244.2339$$

だね。この値を用いると 7^{17^2} は $\boxed{ハ}\boxed{ヒ}\boxed{フ}$ 桁の整数で，上 2 桁は $\boxed{ヘ}\boxed{ホ}$ だ」

聖　「でも $\log_{10}7.0$ の正確な値の範囲を考えると，$289\log_{10}7.0$ の正確な値は

$$244.21945 < 289\log_{10}7.0 < 244.24835$$

の範囲にあるから，7^{17^2} の上 2 桁は $\boxed{\text{ヘ}}\boxed{\text{ホ}}$ または $\boxed{\text{マ}}\boxed{\text{ミ}}$ となるね。どっちが正解かな？」

マリ　「えーっと。ここにある情報だけでは結論は出なさそうだよ」

聖　「そう？電卓で答え合わせしてみようか」

マリ　「7^{289} を電卓で計算すると … エラーだね。でも $\log_{10} 7.0$ なら 0.845098… と出るよ」

聖　「それなら 7^{17^2} の上 2 桁は $\boxed{\text{ム}}\boxed{\text{メ}}$ だね」

S_seimari2023A_02.pbm