

問題 以下の設問に対する解答を解答用紙の所定の欄に述べよ。

- (1) 次の等式が成り立つことを n についての数学的帰納法を用いて示せ。

$$1^3 + 2^3 + \cdots + n^3 = \left\{ \frac{1}{2}n(n+1) \right\}^2 \quad (n = 1, 2, 3, \cdots)$$

- (2) 等式 $(k+1)^5 - k^5 = 5k^4 + 10k^3 + 10k^2 + 5k + 1$ を利用して、

$$\sum_{k=1}^n k^4 \quad (n = 1, 2, 3, \cdots)$$

は n に関する 5 次式として表せることを示せ。

- (3) d を自然数とすると、

$$\sum_{k=1}^n k^d \quad (n = 1, 2, 3, \cdots)$$

は n に関する $d+1$ 次式として表せることを、 d についての数学的帰納法を用いて示せ。