

問題 , , の解答は該当する解答群から最も適当なものを一つずつ選べ。

座標空間において原点 O を中心とする半径 1 の円 C が xy 平面上にあり、 $x > 0$ の領域において点 $A(0, -1, 0)$ から点 $B(0, 1, 0)$ まで移動する C 上の動点を P とする。

(1) 下記の 2 条件を満たす直角二等辺三角形 PQR を考える。

- 点 Q は C 上にあり、直線 PQ は x 軸に平行である。
- 点 R の z 座標は正であり、直線 PR は z 軸に平行である。

点 P が点 A から点 B まで移動するとき、三角形 PQR の周および内部が通過してできる立体 V について、以下の問いに答えよ。

(a) 点 P が点 A から点 B まで移動するとき、線分 PR が通過してできる曲面の展開図は、横軸に弧 AP の長さ、縦軸に線分 PR の長さをとったグラフを考えればよく、 で表される概形となり、その面積は である。

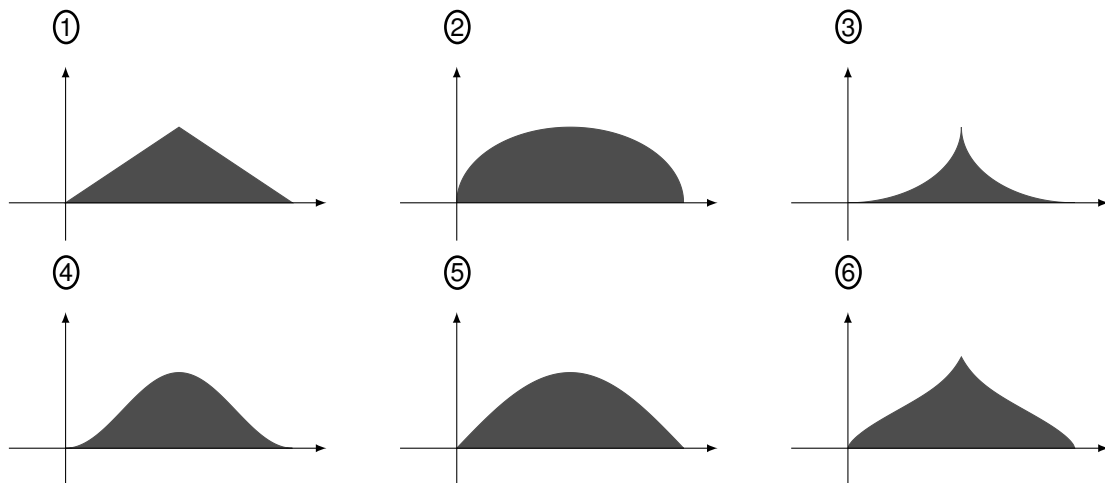
線分 PQ の中点を M とし、点 M から直線 QR に引いた垂線と線分 QR との交点を H とする。点 H は線分 QR を $1 : \text{ウ}$ に内分する点である。点 P の位置に依らず、線分の長さについて

$$\text{エ} \times (MH)^2 + (OM)^2 = 1$$

が成り立つ。点 P が点 A から点 B まで移動するとき、線分 MH が通過する領域の概形は であ

り、面積は $\frac{\sqrt{\text{カ}}}{\text{キ}} \pi$ である。

, の解答群



(b) 点 P が点 A から点 B まで移動するとき、線分 QR が通過してできる曲面上において、2 点 A, B を結ぶ最も短い曲線は が描く軌跡である。

- | | |
|--|-----------------------------------|
| ① 点 Q | ② 点 R |
| ③ 設問 (a) で考えた点 H | ④ 線分 QR と yz 平面との交点 |
| ⑤ 線分 QR を $1 : \sqrt{2}$ に内分する点 | ⑥ 線分 QR を $\sqrt{2} : 1$ に内分する点 |
| ⑦ 三角形 PQR の重心から線分 QR に引いた垂線と線分 QR との交点 | |

(c) 点 P が点 A から点 B まで移動するとき、線分 PQ を直径とする xz 平面に平行な円が通過してできる球

の体積は $\frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}\pi$ である。

また、三角形 PQR の面積は、線分 PQ を直径とする円の面積の $\frac{\boxed{\text{サ}}}{\pi}$ 倍である。したがって、立体 V の体積は $\frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}$ である。

(2) $z \geq 0$ の領域において、 yz 平面上の点 T を頂点とし、2 点 P, Q を通る放物線 L を考える。ただし、 Q, T は下記の 2 条件を満たす点である。

- 点 Q は C 上にあり、直線 PQ は x 軸に平行である。
- 三角形 PQT は xz 平面に平行であり、点 T の z 座標は線分 PQ の長さに等しい。

点 P が $(1, 0, 0)$ であるとき、放物線 L を表す式は

$$y = 0, z = \boxed{\text{セソ}}x^2 + \boxed{\text{タ}}, \text{ (ただし } -1 \leq x \leq 1 \text{)}$$

であり、この放物線と線分 PQ で囲まれる図形の面積は $\frac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}}$ である。

点 P が点 A から点 B まで移動するとき、放物線 L と線分 PQ で囲まれる図形が通過してできる立体の体積は $\frac{\boxed{\text{テト}}}{\boxed{\text{ナ}}}$ である。