

2023年度 杏林大学 前期理系 第2問

問題 又 の解答は該当する解答群から最も適当なものを一つ選べ。

点 O を原点とする座標空間に 3 点 $A(-1, 0, -2)$, $B(-2, -2, -3)$, $C(1, 2, -2)$ がある。

(1) ベクトル \vec{AB} と \vec{AC} の内積 $\vec{AB} \cdot \vec{AC} =$ アイ であり, $\triangle ABC$ の外接円の半径は $\sqrt{\text{ウエ}}$ である。

$\triangle ABC$ の外接円の中心を点 P とすると, $\vec{AP} =$ オ $\vec{AB} + \frac{\text{カ}}{\text{キ}} \vec{AC}$ が成り立つ。

(2) $\triangle ABC$ の重心を点 G とすると, $\vec{OG} = \frac{\text{ク}}{\text{ケ}} (\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC})$ であり, 線分 OB を 2:1 に内分する点を Q とすると,

$$\vec{AQ} = \left(\frac{\text{コサ}}{\text{シ}}, \frac{\text{スセ}}{\text{ソ}}, \text{タ} \right)$$

となる。

(3) 線分 OC を 2:1 に内分する点を R とし, 3 点 A, Q, R を通る平面 α と直線 OG との交点を S とする。点 S は平面 α 上にあることから,

$$\vec{OS} = t\vec{OA} + u\vec{OB} + v\vec{OC}$$

(ただし, t, u, v は $t + \frac{\text{チ}}{\text{ツ}}u + \frac{\text{テ}}{\text{ト}}v = 1$ を満たす実数)

と書けるので, $\vec{OS} = \frac{\text{ナ}}{\text{ニ}} \vec{OG}$ となることがわかる。

平面 α 上において, 点 S は三角形 AQR の 又 に存在し, 四面体 O-AQR の体積は, 四面体 O-ABC の体積の $\frac{\text{ネ}}{\text{ノ}}$ 倍である。

又 の解答群

- ① 辺 AQ 上 ② 辺 AR 上 ③ 辺 QR 上 ④ 内部
⑤ 外部