2019 年度　杏林大学　前期理系　第 4 問

問題　x，y を正の実数，$f(x)$ を恒等的に 0 ではない微分可能な連続関数とし，$f'(x)$ はその導関数を表すものとする。

(a) 下記の 6 つの命題が，任意の正の実数 x，y に対して真となるように，$\boxed{\text{ア}}$ ～ $\boxed{\text{カ}}$ の解答として適当なものを，解答群の中からすべて選べ。

- $f(x) = \boxed{\text{ア}} \Longrightarrow f(x+y) = f(x) \times f(y)$
- $f(x) = \boxed{\text{イ}} \Longrightarrow f(x \times y) = f(x) + f(y)$
- $f(x) = \boxed{\text{ウ}} \Longrightarrow \{f(x)\}^2 - \{f'(x)\}^2 = f(2x)$
- $f(x) = \boxed{\text{エ}} \Longrightarrow f(f(x)) + f(x) = 0$
- $f(x) = \boxed{\text{オ}} \Longrightarrow \{f(x)\}^2 - \{f'(x)\}^2 = 1$
- $f(x) = \boxed{\text{カ}} \Longrightarrow 3f(x) + f'(x) = 0$

$\boxed{\text{ア}}$ ～ $\boxed{\text{カ}}$ の解答群

① $3x+5$　② $-x$　③ $4x^2+1$　④ $\dfrac{1}{x+8}$　⑤ $6\log_2 x$

⑥ $\sin x$　⑦ $\cos x$　⑧ e^{-3x}　⑨ $\dfrac{e^x}{2} + \dfrac{e^{-x}}{2}$

(b) 設問 (a) で示した 6 つの命題のうち，上記解答群に挙げた関数に代えて，

$f(x) = c$（ただし，c は 0 でない適当な定数）

とすると真となる命題は $\boxed{\text{キ}}$ 個存在する。また，設問 (a) で選んだ関数に対し，逆も真となる命題の数は $\boxed{\text{ク}}$ 個である。

(c) $f(x+y) = f(x) \times f(y)$ を満たす関数 $f(x)$ に対し，

$$\lim_{x \to +0} f(x) = \boxed{\text{ケ}}$$

が成り立ち，$f(x \times y) = f(x) + f(y)$ を満たす関数 $f(x)$ に対し，

$$\lim_{x \to 1} f(x) = \boxed{\text{コ}}$$

が成り立つ。

S_kyorin2019A_04.pbm