

2025年度 久留米大学 前期理系 第5問

問題 xyz 空間において、半径1の球 D の中心が xy 平面上の4つの線分

$$\begin{cases} y = 0 \ (-5 \leq x \leq 5) \\ x = 0 \ (-5 \leq y \leq 5) \\ y = x \ (-5 \leq x \leq 5) \\ y = -x \ (-5 \leq x \leq 5) \end{cases}$$

上を動くとする。このとき、球 D の通過する部分を W とおく。

(1) 平面 $z = t$ ($-1 \leq t \leq 1$) における、 W の断面積を $S(t)$ とおくと、

$$S(t) = \boxed{\text{か}} \left\{ 10 \left(\boxed{\text{き}} + \sqrt{\boxed{\text{く}}} \right) \sqrt{1-t^2} - \left(\boxed{\text{け}} + \boxed{\text{こ}} \sqrt{\boxed{\text{く}}} - \pi \right) (1-t^2) \right\}$$

である。

(2) W の体積を V とおくと、

$$V = \left(\frac{\boxed{\text{さし}}}{3} + 20\sqrt{\boxed{\text{く}}} \right) \pi - \frac{\boxed{\text{すせ}}}{3} \left(\boxed{\text{そ}} + \sqrt{\boxed{\text{く}}} \right)$$

である。