

問題

- (1) x, y を正の実数, a, b を 1 でない正の実数とする。

$$a^x = b^y = \sqrt{ab}$$

を満たしているとき, a, b の値によらず, $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \boxed{\text{ア}}$ となる。また, $\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)(4x + y)$ の最小値は $\boxed{\text{イ}}$ である。

よって, $4x + y$ は $(x, y) = \left(\frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}, \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}\right)$ において最小値 $\frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}$ をとることがわかる。

- (2) x, y, z を正の実数, a, b, c を 1 でない正の実数とする。

$$a^x b^y = b^y c^z = c^z a^x = abc$$

を満たしているとき, $x + 4y + z$ は $(x, y, z) = (\boxed{\text{ケ}}, \boxed{\text{コ}}, \boxed{\text{サ}})$ において最小値 $\boxed{\text{シ}}$ をとる。