

2021年度 久留米大学 後期理系 第6問

問題 円 $x^2 + y^2 = a^2$ ($a > 0$) 上の点 $(a, 0)$, $(0, a)$ をそれぞれ A, B とし, 原点を O とする。短い方の円弧 AB 上に $n - 1$ 個の点を等間隔にとり円弧 AB を n 等分する。これらの点を A に近い方から順に $P_1, P_2, P_3, \dots, P_k, \dots, P_{n-1}$ とし, $B = P_n$ とするとき, $\angle AOP_k = \frac{k\pi}{\boxed{\text{な}} n}$ である。

(1) 扇形 OAP_k の面積を S_k とすると, $\sum_{k=2}^n S_{k-1}S_k = \frac{(n - \boxed{\text{に}})(n + \boxed{\text{ぬ}}) a^{\boxed{\text{ね}}}\pi^{\boxed{\text{の}}}}{\boxed{\text{はひ}} n}$ であるから,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=2}^n S_{k-1}S_k = \frac{a^{\boxed{\text{ね}}}\pi^{\boxed{\text{の}}}}{\boxed{\text{ふへ}}}$$

である。

(2) 弦 AP_k の長さを x_k とすると, $x_k = \boxed{\text{ほ}} a \sin\left(\frac{k\pi}{\boxed{\text{ま}} n}\right)$ であるから,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\pi}{n} \sum_{k=1}^n x_k = \boxed{\text{み}} \left(\boxed{\text{む}} - \sqrt{\boxed{\text{め}}} \right) a$$

である。