2021 年度　久留米大学　後期理系　第 6 問

問題　円 $x^2+y^2=a^2$（$a>0$）上の点 $(a,\ 0)$，$(0,\ a)$ をそれぞれ A，B とし，原点を O とする。短い方の円弧 AB 上に $n-1$ 個の点を等間隔にとり円弧 AB を n 等分する。これらの点を A に近い方から順に P_1，P_2，P_3，…，P_k，…，P_{n-1} とし，$\mathrm{B}=\mathrm{P}_n$ とするとき，$\angle\mathrm{AOP}_k=\dfrac{k\pi}{\boxed{\text{な}}\,n}$ である。

(1)　扇形 OAP_k の面積を S_k とすると，$\displaystyle\sum_{k=2}^{n} S_{k-1}S_k=\frac{\left(n-\boxed{\text{に}}\right)\left(n+\boxed{\text{ぬ}}\right)a^{\boxed{\text{ね}}}\pi^{\boxed{\text{の}}}}{\boxed{\text{はひ}}\,n}$ であるから，

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{k=2}^{n} S_{k-1}S_k=\frac{a^{\boxed{\text{ね}}}\pi^{\boxed{\text{の}}}}{\boxed{\text{ふへ}}}$$

である。

(2)　弦 AP_k の長さを x_k とすると，$x_k=\boxed{\text{ほ}}\,a\sin\left(\dfrac{k\pi}{\boxed{\text{ま}}\,n}\right)$ であるから，

$$\lim_{n\to\infty}\frac{\pi}{n}\sum_{k=1}^{n} x_k=\boxed{\text{み}}\left(\boxed{\text{む}}-\sqrt{\boxed{\text{め}}}\right)a$$

である。

S_kurume2021C_06.pbm