

問題 次の文章中のア～ノに適する符号または数字を解答用紙の所定の欄にマークせよ。

O を原点とする xy 平面上の曲線 C を、媒介変数 t を用いて、 $\begin{cases} x = e^{|t|} + et, \\ y = e^{|t|} - et \end{cases}$ と定める。

(1) $\frac{dx}{dt} = 0$ のとき、 $x = \boxed{\text{ア}}$ 、 $y = \boxed{\text{イ}}$ e である。

$\frac{dy}{dt} = 0$ のとき、 $x = \boxed{\text{ウ}}$ e 、 $y = \boxed{\text{エ}}$ である。

(2) 次の定積分をそれぞれ求めると、

$$\int_0^1 te^t dt = \boxed{\text{オ}}, \quad \int_0^1 t^2 e^t dt = e - \boxed{\text{カ}},$$

$$\int_0^1 te^{2t} dt = \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}} e^{\boxed{\text{ケ}}} + \frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}$$

である。

(3) C と x 軸および y 軸によって囲まれた図形を D とする。

(i) D の面積は、

$$\boxed{\text{シ}} e^{\boxed{\text{ス}}} - \boxed{\text{セ}} e$$

である。

(ii) D を x 軸のまわりに 1 回転してできる立体の体積は、

$$\left(\frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}} e^{\boxed{\text{チ}}} - \boxed{\text{ツ}} e \right) \pi$$

である。

(iii) $t \neq 0$ のとき、 C 上の点 $P(e^{|t|} + et, e^{|t|} - et)$ から直線 $\ell: y = x$ に下ろした垂線と ℓ との交点を H とすると、

$$PH = \sqrt{\boxed{\text{テ}}} e^{|t|}, \quad OH = \sqrt{\boxed{\text{ト}}} e^{|t|}$$

である。よって、 D を直線 ℓ のまわりに 1 回転してできる立体の体積は、

$$\boxed{\text{ナ}} \sqrt{\boxed{\text{ニ}}} \left(e^{\boxed{\text{ヌ}}} - \frac{e^{\boxed{\text{ネ}}}}{\boxed{\text{ノ}}} \right) \pi$$

である。