2023年度　国際医療福祉大学　前期理系　第３問

問題　次の文章中のア～ネに適する符号または数字を解答用紙の所定の欄にマークせよ。

i を虚数単位とする。z を 1 でない複素数とし，$w=\dfrac{2z-4}{z-1}$ とおく。また，複素数の偏角 θ は，$0 \leqq \theta < 2\pi$ の範囲で考えるものとする。

(1)　z が $|z|=1$ を満たしながら変化するとき，複素数平面上において，点 w は点 $\boxed{\text{ア}}$ と点 $\boxed{\text{イ}}$ を結ぶ線分の垂直二等分線を描く。ただし，$\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イ}}$ は実数であり，$\boxed{\text{ア}} < \boxed{\text{イ}}$ とする。

(2)　複素数平面上において，点 z が虚軸上を動くとする。

(i)　複素数平面上において，点 w は，点 $\boxed{\text{ウ}}$ を中心とする半径 $\boxed{\text{エ}}$ の円を描く。ただし，点 $\boxed{\text{オ}}$ を除く。

(ii)　$\alpha = \arg w$ とすると，$\tan\alpha$ のとり得る値の範囲は，

$$\frac{\boxed{\text{カ}}\sqrt{\boxed{\text{キ}}}}{\boxed{\text{ク}}} \leqq \tan\alpha \leqq \frac{\sqrt{\boxed{\text{キ}}}}{\boxed{\text{ク}}}$$

である。

(3)　複素数平面上において，点 z が点 $\dfrac{3}{5}+\dfrac{4}{5}i$ を中心とする半径 $\dfrac{2}{5}$ の円上を動くとする。

(i)　$|z|$ のとり得る値の範囲は，

$$\frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}} \leqq |z| \leqq \frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}$$

である。

(ii)　$\arg z$ が最大，最小となる点をそれぞれ z_1，z_2 とする。

$\beta = \arg\dfrac{z_1}{z_2}$ とすると，$\tan\beta = \dfrac{\boxed{\text{ス}}\sqrt{\boxed{\text{セソ}}}}{\boxed{\text{タチ}}}$ である。

(iii)　複素数平面上において，点 w は点 $\dfrac{\boxed{\text{ツテ}}}{\boxed{\text{ト}}}+\dfrac{\boxed{\text{ナ}}}{\boxed{\text{ニ}}}i$ を中心とする半径 $\dfrac{\boxed{\text{ヌ}}}{\boxed{\text{ネ}}}$ の円を描く。