

2022年度 国際医療福祉大学 前期理系 第4問

問題 次の文章中のア～ノに適する符号または数字を解答用紙の所定の欄にマークせよ。

xyz 空間に 2 点 $P((2-p)^2, 0, 0)$, $Q(0, p^2, 4)$ がある。変数 p が $-2 \leq p \leq 2$ の範囲を変化するとき、線分 PQ が動いてできる曲面と平面 $y=z$ で囲まれてできる立体を K とする。

線分 PQ と平面 $\alpha: z=t$ ($0 < t < 4$) の交点を R とする。 R の座標を (x_r, y_r, z_r) とすると、

$$x_r = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}} (\boxed{\text{ウ}} - t) (\boxed{\text{エ}} - p)^2, \quad y_r = \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}} t p^2, \quad z_r = t$$

である。

ここで、 p が $-2 \leq p \leq 2$ の範囲を変化するとき、 x_r のとり得る値の範囲は、

$$\boxed{\text{キ}} \leq x_r \leq \boxed{\text{ク}} (\boxed{\text{ケ}} - t)$$

である。

$-2 \leq p \leq 2$ のとき、 y_r を x_r, t を用いて表すと、

$$y_r = t \left(\boxed{\text{コ}} - \sqrt{\frac{x_r}{\boxed{\text{サ}} - t}} \right)^2$$

である。

$0 < t < 4$ のとき、

$$a = \boxed{\text{キ}}, \quad b = \boxed{\text{ク}} (\boxed{\text{ケ}} - t), \quad f(x) = t \left(\boxed{\text{コ}} - \sqrt{\frac{x}{\boxed{\text{サ}} - t}} \right)^2$$

とおくと、

$$\int_a^b f(x) dx = \frac{1}{\boxed{\text{シ}}} \left(\boxed{\text{スセ}} t - \boxed{\text{ソ}} t^{\boxed{\text{ヌ}}} \right)$$

である。

また、 K を平面 α で切った断面積を $S(t)$ とすると、

$$S(t) = \frac{1}{\boxed{\text{チ}}} \left(\boxed{\text{ツテ}} t - \boxed{\text{ト}} t^{\boxed{\text{ヌ}}} \right)$$

であるから、 K の体積は $\boxed{\text{ニヌネ}} / \boxed{\text{ノ}}$ である。