

2022 年度 国際医療福祉大学 前期理系 第 4 問

問題 次の文章中のア～ノに適する符号または数字を解答用紙の所定の欄にマークせよ。

xyz 空間に 2 点 $P((2-p)^2, 0, 0)$, $Q(0, p^2, 4)$ がある。変数 p が $-2 \leq p \leq 2$ の範囲を変化するとき、線分 PQ が動いてできる曲面と平面 $y = z$ で囲まれてできる立体を K とする。

線分 PQ と平面 $\alpha: z = t$ ($0 < t < 4$) の交点を R とする。 R の座標を (x_r, y_r, z_r) とすると、

$$x_r = \frac{\text{ア}}{\text{イ}} \left(\left(\text{ウ} - t \right) \left(\text{エ} - p \right)^2, y_r = \frac{\text{オ}}{\text{カ}} t p^2, z_r = t \right.$$

である。

ここで、 p が $-2 \leq p \leq 2$ の範囲を変化するとき、 x_r のとり得る値の範囲は、

$$\text{キ} \leq x_r \leq \text{ク} \left(\text{ケ} - t \right)$$

である。

$-2 \leq p \leq 2$ のとき、 y_r を x_r, t を用いて表すと、

$$y_r = t \left(\text{コ} - \sqrt{\frac{x_r}{\text{サ} - t}} \right)^2$$

である。

$0 < t < 4$ のとき、

$$a = \text{キ}, b = \text{ク} \left(\text{ケ} - t \right), f(x) = t \left(\text{コ} - \sqrt{\frac{x}{\text{サ} - t}} \right)^2$$

とおくと、

$$\int_a^b f(x) dx = \frac{1}{\text{シ}} \left(\text{スセ} t - \text{ソ} t^{\text{タ}}$$

である。

また、 K を平面 α で切った断面積を $S(t)$ とすると、

$$S(t) = \frac{1}{\text{チ}} \left(\text{ツテ} t - \text{ト} t^{\text{ナ}}$$

であるから、 K の体積は $\frac{\text{ニヌネ}}{\text{ノ}}$ である。