

## 2024年度 北里大学 前期理系 第2問

**問題** 次の問に答えよ。

- (1) 関数  $y = \frac{1}{x}$  の定積分を用いて、 $n \geq 2$  を満たすすべての整数  $n$  に対して  $\sum_{k=2}^n \frac{1}{k} < \log n$  が成り立つことを証明せよ。
- (2)  $f(x) = x + \frac{x}{1+x} - 2\log(1+x)$  とおく。すべての正の実数  $x$  に対して  $f(x) > 0$  が成り立つことを証明せよ。さらに、すべての正の整数  $n$  に対して  $\frac{1}{n} + \frac{1}{n+1} > 2\log\left(1 + \frac{1}{n}\right)$  が成り立つことを証明せよ。
- (3)  $n \geq 2$  を満たすすべての整数  $n$  に対して  $\sum_{k=1}^n \frac{1}{k} - \frac{1}{2}\left(1 + \frac{1}{n}\right) > \log n$  が成り立つことを証明せよ。

S.kitazato2024A\_02.pbm