

# 2025 年度 近畿大学 前期理系 第3問

**問題** 原点を  $O$  とする座標空間において、3 点  $A(4, 0, 0)$ ,  $B(0, 4, 0)$ ,  $C(0, 0, 4)$  を考える。

(1) 線分  $BC$  の中点と  $O$  の距離は  $\boxed{\text{ア}}\sqrt{\boxed{\text{イ}}}$  である。また、 $\triangle ABC$  の面積は  $\boxed{\text{ウ}}\sqrt{\boxed{\text{エ}}}$  である。

(2)  $O$  から平面  $ABC$  に下ろした垂線の長さは  $\frac{\boxed{\text{オ}}\sqrt{\boxed{\text{カ}}}}{\boxed{\text{キ}}}$  である。

(3) 球面  $x^2 + y^2 + z^2 = 8$  と平面  $ABC$  が交わってできる円を  $D$  とし、点  $X(p, q, r)$  が  $D$  上を動くとする。

(i)  $D$  の半径は  $\frac{\boxed{\text{ク}}\sqrt{\boxed{\text{ケ}}}}{\boxed{\text{コ}}}$  である。

(ii)  $q + r$ ,  $qr$  をそれぞれ  $p$  を用いて表す

$$q + r = \boxed{\text{サ}} - p, \quad qr = (p - \boxed{\text{シ}})^2$$

である。

(iii)  $p$  のとりうる値の範囲は  $\boxed{\text{ス}} \leq p \leq \frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}$  である。

(iv) 3 点  $P(p, 0, 0)$ ,  $Q(0, q, 0)$ ,  $R(0, 0, r)$  を頂点とする  $\triangle PQR$  の面積を  $S$  とする。 $S$  を  $p$  を用いて表すと

$$S = \sqrt{\boxed{\text{タチ}}p^3 + \boxed{\text{ツ}}p^2 - \boxed{\text{テ}}p + \boxed{\text{ト}}}$$

であり、 $S$  の最小値は  $\frac{\boxed{\text{ナ}}\sqrt{\boxed{\text{ニヌ}}}}{\boxed{\text{ネ}}}$  である。