

問題 関数

$$f(x) = \log_5(1 - \cos 2x - 3 \cos x)$$

を考える。ただし、 $x$ の値は $0 \leq x < 2\pi$ において $f(x)$ が定義されるもののみを考える。

- (1)  $t = \cos x$ とおく。 $f(x)$ を $t$ を用いて表すと

$$\log_5 \left( \boxed{\text{アイ}} t^2 - \boxed{\text{ウ}} t + \boxed{\text{エ}} \right)$$

である。

- (2)  $f(x)$ が定義される $x$ のとりうる値の範囲は

$$\frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}} \pi < x < \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}} \pi$$

である。

- (3)  $f(x)$ の最大値は

$$\boxed{\text{ケ}} - \log_5 \boxed{\text{コ}}$$

である。また、 $f(x)$ が最大となるとき、 $\cos x$ の値は $\frac{\boxed{\text{サシ}}}{\boxed{\text{ス}}}$ である。

- (4)  $5^{f(x)}$ がとりうる最大の整数の値は $\boxed{\text{セ}}$ である。また、 $5^{f(x)}$ が整数となる $x$ の総数は $\boxed{\text{ソ}}$ であり、 $5^{f(x)}$ が整数となる $x$ の総和は $\boxed{\text{タ}} \pi$ である。

- (5)  $20^{f(x)}$ がとりうる最大の整数の値は $\boxed{\text{チ}}$ である。また、 $20^{f(x)}$ が整数となる $x$ の総数は $\boxed{\text{ツテ}}$ であり、 $20^{f(x)}$ が整数となる $x$ の総和は $\boxed{\text{トナ}} \pi$ である。ただし、 $\log_{10} 2 = 0.3010$ ,  $\log_{10} 3 = 0.4771$ ,  $\log_{10} 7 = 0.8451$ とする。