

2024 年度 近畿大学 前期理系 第 2 問

問題 一般項が次の式で表される数列 $\{a_n\}$ を考える。

$$a_n = \lfloor \sqrt{n} \rfloor \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

ただし、実数 x に対して、 $\lfloor x \rfloor$ は x を超えない最大の整数を表す。

(1) $a_{10} = \boxed{\text{ア}}$, $a_{100} = \boxed{\text{イウ}}$, $a_{2024} = \boxed{\text{エオ}}$ である。

(2) 自然数 n に対して、 $S_n = \sum_{k=1}^n a_k$ とおく。

(i) $S_{10} = \boxed{\text{カキ}}$, $S_{100} = \boxed{\text{クケコ}}$ である。

(ii) S_{2024} の最大の素因数は $\boxed{\text{サシス}}$ である。

(iii) $S_n > 2024$ を満たす最小の自然数 n は $\boxed{\text{セソタ}}$ である。

(3) 数列 $\{b_n\}$ を次の規則 1, 規則 2 で定める。

規則 1: $\frac{n}{a_n} = \left\lfloor \frac{n}{a_n} \right\rfloor$ となる自然数 n に対して、 $b_n = \frac{n}{a_n}$ とおく。

規則 2: $\frac{n}{a_n} \neq \left\lfloor \frac{n}{a_n} \right\rfloor$ となる自然数 n に対して、 $b_n = 0$ とおく。

(i) $b_{10} = \boxed{\text{チ}}$, $b_{100} = \boxed{\text{ツテ}}$ である。

(ii) $1 \leq n \leq 100$ において、 $b_n > 0$ を満たす自然数 n の個数は $\boxed{\text{トナ}}$ である。

(iii) $\sum_{k=1}^{100} b_k = \boxed{\text{ニヌネ}}$ である。