2023 年度　近畿大学　推薦理系　第３問

問題　関数

$$y = 2\cos^5 x - 3\cos^3 x + \cos x - 2\sin^5 x + 3\sin^3 x - \sin x$$

を考える。ただし，$0 \leqq x < 2\pi$ とする。$t = \cos x - \sin x$ とおくと，t のとりうる値の範囲は

$$-\sqrt{\boxed{\text{ア}}} \leqq t \leqq \sqrt{\boxed{\text{イ}}}$$

である。このとき，$\cos x \sin x$ と $\cos^3 x - \sin^3 x$ はそれぞれ t を用いて

$$\cos x \sin x = \frac{-t^2 + \boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}},$$

$$\cos^3 x - \sin^3 x = \frac{-t^3 + \boxed{\text{オ}}\,t}{\boxed{\text{カ}}}$$

と表され，関数 y は t を用いて

$$y = \frac{-t^5 + \boxed{\text{キ}}\,t^3 - \boxed{\text{ク}}\,t}{\boxed{\text{ケ}}} \quad \cdots\cdots ①$$

と表される。

$y = 0$ となる x の値は全部で $\boxed{\text{コ}}$ 個あり，そのうち最も大きい値は $\dfrac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}\pi$ である。

式 ① で表される t の関数 y を $f(t)$ とする。$y = f(t)$ が極値をとる t は 4 つあり，小さい方から順に a，b，c，d とする。このとき，$ac = \dfrac{\boxed{\text{ス}}\sqrt{\boxed{\text{セソ}}}}{\boxed{\text{タ}}}$，$f(b)f(d) = \dfrac{\boxed{\text{チ}}\sqrt{\boxed{\text{ツテ}}}}{\boxed{\text{トナニ}}}$ である。

S_kindai2023S_03.pbm