

2023年度 近畿大学 推薦理系 第3問

問題 関数

$$y = 2\cos^5 x - 3\cos^3 x + \cos x - 2\sin^5 x + 3\sin^3 x - \sin x$$

を考える。ただし、 $0 \leq x < 2\pi$ とする。 $t = \cos x - \sin x$ とおくと、 t のとりうる値の範囲は

$$-\sqrt{\boxed{\text{ア}}} \leq t \leq \sqrt{\boxed{\text{イ}}}$$

である。このとき、 $\cos x \sin x$ と $\cos^3 x - \sin^3 x$ はそれぞれ t を用いて

$$\cos x \sin x = \frac{-t^2 + \boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}},$$

$$\cos^3 x - \sin^3 x = \frac{-t^3 + \boxed{\text{オ}} t}{\boxed{\text{カ}}}$$

と表され、関数 y は t を用いて

$$y = \frac{-t^5 + \boxed{\text{キ}} t^3 - \boxed{\text{ク}} t}{\boxed{\text{ケ}}} \dots\dots \textcircled{1}$$

と表される。

$y = 0$ となる x の値は全部で $\boxed{\text{コ}}$ 個あり、そのうち最も大きい値は $\frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}} \pi$ である。

式 $\textcircled{1}$ で表される t の関数 y を $f(t)$ とする。 $y = f(t)$ が極値をとる t は4つあり、小さい方から順に a, b, c, d

とする。このとき、 $ac = \frac{\boxed{\text{ス}} \sqrt{\boxed{\text{セソ}}}}{\boxed{\text{タ}}}$ 、 $f(b)f(d) = \frac{\boxed{\text{チ}} \sqrt{\boxed{\text{ツテ}}}}{\boxed{\text{トナニ}}}$ である。