

問題 O を原点とする座標平面上に 2 点 $A(\sqrt{2}, \sqrt{2})$, $B(2 - \sqrt{3}, 1)$ がある。

- (1) 線分 OA の長さは $\boxed{\text{ア}}$ であり、直線 OA と x 軸のなす角を α ($0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$) とすると、 $\alpha = \frac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}} \pi$

である。また、直線 OB の方程式は $y = \left(\boxed{\text{エ}} + \sqrt{\boxed{\text{オ}}} \right) x$ であり、2 直線 OA, OB のなす角を β ($0 < \beta < \frac{\pi}{2}$) とすると、 $\beta = \frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}} \pi$ である。

- (2) 点 A を中心として点 O を通る円を K とし、2 直線 OA, OB と円 K の交点で第 1 象限にあるものをそれぞれ C, D とする。線分 OC, OD および短い方の弧 CD で囲まれる領域を S とする。

- (i) 領域 S の面積は $\sqrt{\boxed{\text{ク}}} + \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}} \pi$ であり、点 D の座標は

$$\left(\frac{\boxed{\text{サ}} \sqrt{\boxed{\text{シ}}} - \sqrt{\boxed{\text{ス}}}}{\boxed{\text{セ}}}, \frac{\boxed{\text{サ}} \sqrt{\boxed{\text{シ}}} + \sqrt{\boxed{\text{ス}}}}{\boxed{\text{セ}}} \right)$$

である。

- (ii) 円 K 上の点 C における接線の方程式は

$$y = \boxed{\text{ソ}} x + \boxed{\text{タ}} \sqrt{\boxed{\text{チ}}}$$

である。また、点 $P(x, y)$ が領域 S を動くとき、 $x + 2y$ の最大値は

$$\boxed{\text{ツ}} \sqrt{\boxed{\text{テ}}} + \boxed{\text{ト}} \sqrt{\boxed{\text{ナ}}}$$

である。ただし、 $\boxed{\text{テ}} < \boxed{\text{ナ}}$ とする。

- (iii) 線分 AC, AD および短い方の弧 CD で囲まれた扇形 ACD を、直線 OD の周りに 1 回転してできる立体の体積は $\frac{\boxed{\text{ニ}}}{\boxed{\text{ヌ}}} \pi^{\boxed{\text{ネ}}}$ である。