

問題

(1) 関数 $f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$ ($x \geq 0$) がある。ただし、 e は自然対数の底とする。

(i) $f(x)$ の最小値は $\boxed{\text{ア}}$ であり、 $\{f(x)\}^2 - \{f'(x)\}^2 = \boxed{\text{イ}}$ である。

(ii) $f(x)$ の逆関数を $g(x)$ とするとき、 $g'(x) = \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\sqrt{x^{\boxed{\text{エ}}} - \boxed{\text{オ}}}}$ であり、関数 $\frac{x}{g'(x)} - g(x)$ の導関数は $\boxed{\text{カ}} \sqrt{x^{\boxed{\text{キ}}} - \boxed{\text{ク}}}$ である。

(2) 関数 $h(x) = \sqrt{\frac{4x^2 - 1}{5}}$ ($x \geq \frac{1}{2}$) があり、曲線 $y = h(x)$ を C とする。また、 $p > \frac{1}{2}$ のとき曲線 C 上の点 $P(p, h(p))$ における接線を l とする。

(i) 直線 l の傾きを m とするとき、 m のとり得る値の範囲は $\frac{\boxed{\text{ケ}} \sqrt{\boxed{\text{コ}}}}{\boxed{\text{サ}}} < m$ である。

(ii) $q = h(p)$ とし、直線 l と y 軸の交点を Q とする。点 Q の y 座標を q を用いて表すと $-\frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}} q$ である。また、線分 PQ の長さの最小値は $\frac{\sqrt{\boxed{\text{セ}}}}{\boxed{\text{ソ}}}$ であり、そのときの点 P の座標は $\left(\sqrt{\frac{\boxed{\text{タチ}}}{\boxed{\text{ツ}}}}, \sqrt{\frac{\boxed{\text{テト}}}{\boxed{\text{ナニ}}}} \right)$ である。

(iii) $p = 1$ のとき、曲線 C 、 x 軸および直線 l で囲まれた部分の面積は

$$\frac{\sqrt{\boxed{\text{ヌ}}}}{\boxed{\text{ネノ}}} \left\{ \log \left(\boxed{\text{ハ}} + \sqrt{\boxed{\text{ヒ}}} \right) - \frac{\sqrt{\boxed{\text{フ}}}}{\boxed{\text{ヘ}}} \right\}$$

である。