2022 年度　川崎医科大学　前期理系　第 1 問

問題　関数 $f(x) = x^2$ がある。

(1)　a を定数とし，放物線 $y = f(x)$ と直線 $y = a(x-1)$ が異なる 2 点 A，B で交わっている。

(i)　a のとり得る値の範囲は $a <$ ア ，イ $< a$ である。

(ii)　a が変化するとき，線分 AB の中点の軌跡は，放物線

$$y = \boxed{\text{ウ}}\,x^2 - \boxed{\text{エ}}\,x \text{ の } x < \boxed{\text{オ}},\ \boxed{\text{カ}} < x$$

の部分である。

(iii)　点 (x, y) が (ii) で求めた軌跡上を動くとき，$k = \dfrac{y+8}{x-1}$ のとり得る値の範囲は不等式 キ で表され，$p = -$ ク ，$q =$ ケコ である。

キ に当てはまるものを，次の ⓪～⑤ から一つ選べ。

⓪ $k < p,\ q < k$　① $k \leqq p,\ q < k$　② $k < p,\ q \leqq k$

③ $k \leqq p,\ q \leqq k$　④ $p < k < q$　⑤ $p \leqq k \leqq q$

(2)　原点を O とし，放物線 $y = f(x)$ 上の点 C(1, 1) における接線を ℓ とする。直線 OC の上側および直線 OC 上の点の集合を D_1，直線 ℓ の下側および直線 ℓ 上の点の集合を D_2 とし，領域 D を $D = D_1 \cap D_2$ とする。

(i)　直線 ℓ の方程式は $y =$ サ $x -$ シ である。

(ii)　b を 0 以上の定数とし，点 (x, y) が領域 D を動くとき，$bxy - (x+y)$ の最小値が -2 となるような b の値は ス である。ス に当てはまるものを，次の ⓪～⑥ から一つ選べ。

⓪ 0　① $\dfrac{1}{2}$　② 3

③ $9 - 6\sqrt{2}$　④ $9 + 6\sqrt{2}$

⑤ $6 - 2\sqrt{3}$　⑥ $6 + 2\sqrt{3}$

また，$bxy - (x+y)$ の最小値が -2 となるような x，y の値をそれぞれ α，β とするとき，$4\alpha^2 - 4\beta$ の値は セ である。