2022年度　川崎医科大学　前期理系　第1問

問題　関数 $f(x)=x^2$ がある。

(1)　a を定数とし，放物線 $y=f(x)$ と直線 $y=a(x-1)$ が異なる2点A，Bで交わっている。

(i)　a のとり得る値の範囲は $a<$ ア ，イ $<a$ である。

(ii)　a が変化するとき，線分ABの中点の軌跡は，放物線

$$y=\boxed{\text{ウ}}\,x^2-\boxed{\text{エ}}\,x \text{ の } x<\boxed{\text{オ}},\ \boxed{\text{カ}}<x$$

の部分である。

(iii)　点 $(x,\ y)$ が(ii)で求めた軌跡上を動くとき，$k=\dfrac{y+8}{x-1}$ のとり得る値の範囲は不等式 キ で表され，$p=-$ ク ，$q=$ ケコ である。

キ に当てはまるものを，次の ⓪～⑤ から一つ選べ。

⓪ $k<p,\ q<k$　① $k\leqq p,\ q<k$　② $k<p,\ q\leqq k$

③ $k\leqq p,\ q\leqq k$　④ $p<k<q$　⑤ $p\leqq k\leqq q$

(2)　原点をOとし，放物線 $y=f(x)$ 上の点 $\mathrm{C}(1,\ 1)$ における接線を ℓ とする。直線OCの上側および直線OC上の点の集合を D_1，直線 ℓ の下側および直線 ℓ 上の点の集合を D_2 とし，領域 D を $D=D_1\cap D_2$ とする。

(i)　直線 ℓ の方程式は $y=$ サ $x-$ シ である。

(ii)　b を0以上の定数とし，点 $(x,\ y)$ が領域 D を動くとき，$bxy-(x+y)$ の最小値が -2 となるような b の値は ス である。ス に当てはまるものを，次の ⓪～⑥ から一つ選べ。

⓪ 0　① $\dfrac{1}{2}$　② 3

③ $9-6\sqrt{2}$　④ $9+6\sqrt{2}$

⑤ $6-2\sqrt{3}$　⑥ $6+2\sqrt{3}$

また，$bxy-(x+y)$ の最小値が -2 となるような x，y の値をそれぞれ α，β とするとき，$4\alpha^2-4\beta$ の値は セ である。