2019年度 川崎医科大学 前期理系 第3問

問題 $0 \leq t \leq \pi$ とする。原点を O とし、点 A の座標を $(\cos t, \sin t)$ とする。点 O を、点 A を中心に時計回りに $3t$ 回転移動させた点を P とし、点 P の座標を $(f(t), g(t))$ とする。

(1) $\vec{OP} = \vec{OA} + \vec{AP}$ により、

$$f(t) = \cos t \boxed{\text{ア}} \cos \boxed{\text{イ}} t, \quad g(t) = \sin t \boxed{\text{ウ}} \sin \boxed{\text{エ}} t$$

である。ここで、 $\boxed{\text{ア}}$ と $\boxed{\text{ウ}}$ は、それぞれ、符号 $+$, $-$ のいずれかである。

(2) $t = a$ において $f(t)$ が最大値をとるとき $\cos a = \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ であり、 $f(a) = \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}$ である。

(3) $0 < c < \pi$ とし、 $t = c$ のとき点 P は原点にあるとする。

(i) $c = \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}} \pi$ である。

(ii) $\int_0^c \sin^2 t \, dt = \frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}} \pi + \frac{\sqrt{\boxed{\text{ス}}}}{\boxed{\text{セ}}}$, $\int_0^c \sin t \sin 2t \, dt = \frac{\sqrt{\boxed{\text{ソ}}}}{\boxed{\text{タ}}}$ である。

(iii) t が $0 \leq t \leq c$ の範囲を動くとき、点 P が描く曲線で囲まれる図形の面積を S とする。
 $S = \int_0^c g(t)f'(t) \, dt$ が成り立つことを用いると、

$$S = \frac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}} \pi$$

である。