

2024年度 関西医科大学 前期理系 第2問

問題 n を正の整数とする。 $a_n, a_{n-1}, \dots, a_2, a_1$ を、それぞれ0または1とするとき、 $a_n \times (-2)^{n-1} + a_{n-1} \times (-2)^{n-2} + \dots + a_2 \times (-2)^1 + a_1$ と表される整数を $[a_n a_{n-1} \dots a_2 a_1]$ と表現する。例えば、

$$[110] = 1 \times (-2)^2 + 1 \times (-2)^1 + 0 = 2 \text{ であり、}$$

$$[1110] = 1 \times (-2)^3 + 1 \times (-2)^2 + 1 \times (-2)^1 + 0 = -6 \text{ である。}$$

また、ある n に対して $[a_n a_{n-1} \dots a_2 a_1]$ と表すことのできる整数全体の集合を S_n とする。例えば、 $S_1 = \{0, 1\}$, $S_2 = \{-2, -1, 0, 1\}$ である。以下の設問に答えよ。

- (1) S_3 を要素を書き並べて表せ。答えだけで良い。
- (2) S_n の要素は連続する 2^n 個の整数であることを示せ。
さらに S_n の要素 x に対して、 $x = [a_n a_{n-1} \dots a_2 a_1]$ と表すことのできる $a_n, a_{n-1}, \dots, a_2, a_1$ の組は、ただ一通りであることを示せ。
- (3) -24 を $[a_n a_{n-1} \dots a_2 a_1]$ と表せ。
- (4) 2024 を $[a_n a_{n-1} \dots a_2 a_1]$ と表せ。