

**問題**  $a$  を実数とし、 $f(x) = x^3 + 3ax^2 + 3(a-1)x + 1$  とする。

- (1)  $f'(x)$  を  $f(x)$  の導関数とする。 $x$  についての方程式  $f'(x) = 0$  は2個の異なる実数解をもつことを示せ。
- (2) 方程式  $f'(x) = 0$  の2つの解を  $p, q$  とする。ただし、 $p < q$  とする。このとき、 $p+q, pq, q-p$  をそれぞれ  $a$  を用いて表せ。
- (3) (2) で定めた  $p, q$  に対して  $f(p) - f(q)$  を  $a$  の式で表せ。
- (4) (3) で求めた  $a$  の式を  $g(a)$  とする。 $g(a)$  が最小となるときの  $a$  の値とそのときの  $g(a)$  の値を求めよ。