

2022年度 金沢医科大学 前期2理系 第3問

問題 3点 $A_1(0, 1)$, $B(1, 0)$, $C(-1, 0)$ がある。 n を自然数とし、点 A_n に対し点 A_{n+1} を次の規則により定める。

- n が奇数のとき、線分 A_nB を $1:2$ に内分する点を A_{n+1} とする。
- n が偶数のとき、線分 A_nC を $1:2$ に内分する点を A_{n+1} とする。

$A_n(x_n, y_n)$ とするとき、以下の問いに答えよ。

(1) x_{n+1} と x_n の関係式および y_{n+1} と y_n の関係式は、それぞれ

$$x_{n+1} = \frac{\boxed{\text{ハ}}}{\boxed{\text{ヒ}}}\ x_n + \frac{(-1)^{n+1}}{\boxed{\text{フ}}}, \quad x_1 = 0, \quad y_{n+1} = \frac{\boxed{\text{ヘ}}}{\boxed{\text{ホ}}}\ y_n, \quad y_1 = 1$$

で表される。

(2) $z_n = \frac{x_n}{(-1)^n}$ とおくと、 $z_{n+1} = -\frac{\boxed{\text{マ}}}{\boxed{\text{ミ}}}\ z_n + \frac{\boxed{\text{ム}}}{\boxed{\text{メ}}}$, $z_1 = 0$ であり、

$$x_n = \frac{\boxed{\text{モ}}}{\boxed{\text{ヤ}}}\ \left\{ (-1)^n + \left(\frac{\boxed{\text{ユ}}}{\boxed{\text{ヨ}}}\right)^{n-1} \right\}$$

である。

(3) x_n と y_n について、 $\boxed{\text{ラ}}\ x_n - y_n = (-1)^n$ の関係式が成り立つ。

(4) $\triangle A_{2n-1}A_{2n}A_{2n+1}$ の面積を S_n とするとき、 $S_1 = \frac{\boxed{\text{リ}}}{\boxed{\text{ル}}}$ であり、 $\sum_{n=1}^{\infty} S_n = \frac{\boxed{\text{レ}}}{\boxed{\text{ロ}}}$ である。