2023 年度　順天堂大学　前期理系　第３問

問題　$P(s,\ t)$ を s と t の整式とする。

(1)　$A=s^3+2s^2t+3st^2+4t^3$ と $B=s+t$ を s の整式と考えて，A を B で割った商と余りを求めよ。

(2)　$P(s,\ t)=f_n(t)s^n+f_{n-1}(t)s^{n-1}+\cdots+f_1(t)s+f_0(t)$ とおく。ただし，$f_n(t)$，$f_{n-1}(t)$，$\cdots$，$f_0(t)$ は t の整式とし，$f_n(t)\neq 0$ とする。このとき，s，t の整式 $Q(s,\ t)$ と t の整式 $R(t)$ を使って

$$P(s,\ t)=Q(s,\ t)(s-t)+R(t)$$

と表せることを数学的帰納法を用いて示せ。

(3)　$P(x,\ y)=-P(y,\ x)$ であるとき，1 次式 $(s-t)$ は整式 $P(s,\ t)$ の因数であることを示せ。ただし，$P(x,\ y)$ は $P(s,\ t)$ に $s=x$，$t=y$ を代入して得られる整式をあらわし，$P(y,\ x)$ は $P(s,\ t)$ に $s=y$，$t=x$ を代入して得られる整式をあらわす。

(4)　1 次式 $(s-t)$ が整式 $P(s,\ t)$ の因数であることは $P(x,\ y)=-P(y,\ x)$ であることの十分条件ではないことを示せ。

S_juntendo2023A_03.pbm