

問題 に適する解答をマークせよ。

- (1) 点 O を原点とする座標空間において、2 点 $A\left(\sqrt{3}, \frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$, $B\left(\sqrt{3}, -\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ をとる。 $\triangle OAB$ は 1 辺の長さが ア の正三角形である。

t を実数として、 $0 \leq t \leq \frac{\sqrt{3}}{2}$ のとき平面 $z = t$ と辺 OA は点 $\left(\text{イ} \text{ } t, \frac{\sqrt{\text{ウ} \text{ }}{\text{エ} \text{ }} t, t\right)$ で交わり、平

面 $z = t$ と辺 AB は点 $\left(\sqrt{\text{オ} \text{ }}, \frac{\sqrt{\text{カ} \text{ }}}{\text{キ} \text{ }} t, t\right)$ で交わる。

$\triangle OAB$ を z 軸の周りに 1 回転して得られる立体を V とすると、立体 V と平面 $z = t$ は $-\frac{\sqrt{3}}{2} \leq t \leq \frac{\sqrt{3}}{2}$ のとき交わりを持ち、そのときの立体 V の平面 $z = t$ による切り口は半径

$\frac{\sqrt{\text{クケ} \text{ }}}{\text{コ} \text{ }} t$ と $\sqrt{\text{サ} \text{ } + \frac{\text{シ} \text{ }}{\text{ス} \text{ }} t^2}$ の同心円で囲まれた部分となる。したがって、切り口の面積は $\left(\text{セ} \text{ } - \text{ソ} \text{ } t^2\right) \pi$ となり、 V の体積は $\text{タ} \text{ } \sqrt{\text{チ} \text{ }} \pi$ となることがわかる。

- (2) 3 点 O , A , B を通る円 C は中心が

点 $\left(\frac{\text{ツ} \text{ } \sqrt{\text{テ} \text{ }}}{\text{ト} \text{ }}, \text{ナ} \text{ }, \text{ニ} \text{ }\right)$, 半径が $\frac{\text{ヌ} \text{ } \sqrt{\text{ネ} \text{ }}}{\text{ノ} \text{ }}$

の円であり、 $z = \sqrt{\text{ハ} \text{ }} y$ で表される平面上にある。円 C と平面 $z = t$ は $\text{ヒフ} \text{ } \leq t \leq \text{ヘ} \text{ }$ のとき交点を持ち、その交点の座標は

$\left(\frac{\text{ホ} \text{ } \sqrt{\text{マ} \text{ }}}{\text{ミ} \text{ }} \left(\text{ム} \text{ } \pm \sqrt{\text{メ} \text{ } - t^2}\right), \frac{\sqrt{\text{モ} \text{ }}}{\text{ヤ} \text{ }} t, t\right)$

と表される。したがって、円 C とその内部からなる円板を z 軸の周りに 1 回転して得られる立体の体積は $\frac{\text{ユ} \text{ }}{\text{ヨ} \text{ }} \pi^2$ である。