

2025年度 兵庫医科大学 前期理系 第2問

**問題** 濃度  $a\%$  の食塩水 200g が入っている容器 A と、濃度  $b\%$  の食塩水 300g が入っている容器 B がある。A より 100g の食塩水をとってそれを B に移し、よくかき混ぜた後に同量を A に戻すとする。この操作を  $n$  回繰り返したときの A と B の食塩水の濃度を求めたい。以下の問いに答えよ。なお、途中の式や考え方等も記入すること。

- (1) 容器 A と容器 B に最初にあった食塩の量の和を求めよ。
- (2)  $n(\geq 1)$  回の操作の後、容器 A の濃度が  $x_n\%$ 、容器 B の濃度が  $y_n\%$  になっていたとする。 $x_n$  および  $y_n$  を、それぞれ、 $x_{n-1}$  と  $y_{n-1}$  を用いて表したい。以下の  $\boxed{\text{ア}} \sim \boxed{\text{エ}}$  に適当な数を入れよ。

$$\begin{cases} x_n = \boxed{\text{ア}} x_{n-1} + \boxed{\text{イ}} y_{n-1} \\ y_n = \boxed{\text{ウ}} x_{n-1} + \boxed{\text{エ}} y_{n-1} \end{cases}$$

- (3) この操作を何回繰り返した後でも、容器 A と容器 B の食塩の量の和は一定であることを、(2) の漸化式を使って示せ。
- (4)  $x_n$  および  $y_n$  を、それぞれ、 $a$ 、 $b$ 、 $n$  を用いて表せ。
- (5) 上記の操作を限りなく繰り返したとき、容器 A と容器 B の食塩水の濃度は、どのような値に近づくか、それぞれ求めよ。