

**問題** 以下の問いに答えよ。なお途中の式や考え方等も記入すること。

(1) 次の  $\boxed{\text{ア}}$  ~  $\boxed{\text{エ}}$  に適当な数を入れよ。

$$\cos 3\alpha = \boxed{\text{ア}} \cos \alpha + \boxed{\text{イ}} \cos^3 \alpha, \quad \sin 3\alpha = \boxed{\text{ウ}} \sin \alpha + \boxed{\text{エ}} \sin^3 \alpha$$

下図のように、原点  $O$  を中心として、半径  $a$  の円  $O$  が固定されている。半径  $b (< a)$  の円  $C$  が円  $O$  に内接しながらすべることなく時計の針と同じ向きに回り、円  $C$  の中心  $C$  は  $O$  の回りに時計の針と反対向きに回転していく。はじめに円  $C$  の中心  $C$  は点  $(a - b, 0)$  にあるものとし、このとき、円  $O$  上の点  $A(a, 0)$  に重なっている円  $C$  上の点を  $P$  とする。円  $C$  が回転して、 $\angle COA = \theta$  となったときの点  $P$  の座標を  $(x, y)$  とする。

(2) 円  $O$  と円  $C$  の接点を  $B$  とする。このとき、 $\angle BCP$  の大きさを求めよ。

(3)  $x$  と  $y$  を、それぞれ、 $a, b$  および  $\theta$  を用いて表せ。

(4)  $a : b = 4 : 1$  の関係があるとする。このとき、 $\theta$  を消去して、 $x$  と  $y$  の間に成り立つ関係式を求めよ。また、点  $P$  のえがく曲線の長さを  $a$  で表せ。ただし、 $0 \leq \theta \leq 2\pi$  とする。

(5)  $a : b = 3 : 1$  の関係があるとする。このとき、 $0 \leq \theta \leq 2\pi$  として、点  $P$  のえがく曲線の長さを  $a$  で表せ。また、この曲線で囲まれた部分の面積を  $a$  で表せ。

