

2025 年度 獨協医科大学 前期 1 日目理系 第 4 問

【問題】 xyz 空間に、2 点 $P(t, (\log t)^2, 0)$, $Q(0, (\log t)^2, e^2)$ がある。

t が $1 \leq t \leq e^3$ の範囲で変化するとき、直線 PQ が作る曲面と、 xy 平面、 yz 平面、 zx 平面、および、平面 $y = 9$ によって囲まれる立体を A とする。

(1) 平面 $y = k$ ($0 \leq k \leq 9$) による A の断面積を $S(k)$ とすると、

$$S(0) = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}} e^{\boxed{\text{ウ}}}$$

$$S(k) = S(0) \times e^{\boxed{\text{エ}}}$$

である。ただし、 $\boxed{\text{エ}}$ の解答は、下の【選択肢】①～⑤のうちから適当なものを 1 つ選べ。

【選択肢】

- ① $\frac{1}{3}k$ ② $\frac{1}{3}\sqrt{k}$ ③ $\frac{1}{3}k^2$ ④ k
 ⑤ $\sqrt{k}$ ⑥ k^2

以上より、 A の体積は $\boxed{\text{オ}} e^{\boxed{\text{カ}}} + e^{\boxed{\text{キ}}}$ である。

(2) A を y 軸の周りに 1 回転してできる立体を B とする。

$R(0, (\log t)^2, 0)$ とすると、 $PR \geq QR$ となるような R について、 $y = (\log t)^2$ の値の範囲は、

$$\boxed{\text{ク}} \leq y \leq 9$$

である。

よって、 B の体積は、

$$\left(\frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}} e^{\boxed{\text{サ}}} + \frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}} e^{\boxed{\text{セ}}} \right) \pi$$

である。ただし、 $\boxed{\text{サ}} > \boxed{\text{セ}}$ とする。