

問題 O を原点とする xy 平面上に、2 つの双曲線

$$C_1 : x^2 - y^2 = 6$$

$$C_2 : x^2 - y^2 = -10$$

がある。 C_1 上の点 $P(a, b)$ ($a > 0, b > 0$) における C_1 の接線を ℓ とする。

(1) C_1 の焦点の座標は、

$$\left(\boxed{\text{ア}} \sqrt{\boxed{\text{イ}}}, 0 \right), \left(-\boxed{\text{ア}} \sqrt{\boxed{\text{イ}}}, 0 \right),$$

C_2 の焦点の座標は、

$$\left(0, \boxed{\text{ウ}} \sqrt{\boxed{\text{エ}}} \right), \left(0, -\boxed{\text{ウ}} \sqrt{\boxed{\text{エ}}} \right),$$

である。

(2) $a = 2\sqrt{2}, b = \sqrt{2}$ とする。

(i) ℓ の方程式は、

$$y = \boxed{\text{オ}} x - \boxed{\text{カ}} \sqrt{\boxed{\text{キ}}}$$

である。

(ii) C_1 の 2 つの漸近線と ℓ の交点をそれぞれ A, B とすると、三角形 OAB の面積は $\boxed{\text{ク}}$ である。

(3) C_2 上の点 Q における C_2 の法線を m とし、 ℓ と m が一致しているとする。

(i) $a^2 b^2 = \frac{\boxed{\text{ケコ}}}{\boxed{\text{サ}}}$ である。

また、線分 OQ の長さは、線分 OP の長さの $\frac{\sqrt{\boxed{\text{シス}}}}{\boxed{\text{セ}}}$ 倍である。

(ii) 線分 OP 、線分 PQ の長さの 2 乗について、

$$OP^2 = \frac{\boxed{\text{ソタ}} \sqrt{\boxed{\text{チツ}}}}{\boxed{\text{テ}}}$$

$$PQ^2 = \frac{\boxed{\text{トナ}} \sqrt{\boxed{\text{チツ}}}}{\boxed{\text{ニ}}}$$

である。