

2025 年度 獨協医科大学 前期 1 日目理系 第 1 問

問題 n は 5 以上の整数とする。底面が正 n 角形で、側面が底面に対して垂直であるような角柱を正 n 角柱と呼ぶことにする。正 n 角柱の底面と側面を合わせた合計 $n+2$ 個の面について、辺を共有する面には同じ色を塗らないようにして何色かで塗り分ける。ただし、正 n 角柱に対する次の 2 つの操作のうち、少なくとも一方の操作で一致する塗り方は同じ塗り方とみなす。

底面に対して水平に回転させる

底面を上下ひっくり返す

(1) 正 5 角柱について考える。

異なる 7 色をすべて使って塗る方法は **アイウ** 通りである。

異なる 6 色をすべて使って塗る方法は **エオカ** 通りである。

異なる 5 色をすべて使って塗る方法は **キクケ** 通りである。

(2) 正 7 角柱を異なる 7 色をすべて使って塗る。

このとき、同じ色がちょうど 3 つの面に塗られる場合は **コサシス** 通りである。

(3) $n \geq 6$ とする。正 n 角柱を異なる n 種類の色をすべて使って塗るとき、同じ色が 3 つの面に塗られる場合の数を $S(n)$ とする。このとき、

$$S(n+1) = 16S(n)$$

を満たす n の値は、

$$n = \text{セ}, \text{ソタ}$$

である。