

問題 a, b, c, d を実数の定数とし、関数 $f(x)$ を次のように定義する。

$$f(x) = \begin{cases} -2x + a & (x < -1 \text{ のとき}) \\ bx^2 - x - 3b + 2c & (-1 \leq x < 2 \text{ のとき}) \\ (1-c)x^3 + 4bx^2 - 3x + 7c - 5d & (2 \leq x \text{ のとき}) \end{cases}$$

$f(x)$ がすべての実数 x において微分可能であるとき

$$a = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}, b = \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}, c = \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}, d = \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}$$

である。以下、この条件のもとで考える。

(1) 方程式

$$f(x) = k \quad (k \text{ は実数の定数})$$

が相異なる 3 個の実数解 α, β, γ ($\alpha < \beta < \gamma$) をもつとき、 k のとりうる値の範囲は $\frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}} < k < \frac{\boxed{\text{サシ}}}{\boxed{\text{ス}}}$

である。また、 k がこの範囲を動くとき、 α のとりうる値の範囲は $\frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{チ}}} - \sqrt{\frac{\boxed{\text{ソタ}}}{\boxed{\text{チ}}}} < \alpha < \boxed{\text{ツ}}$

(2) 関数 $y = f(x)$ のグラフを C とし、 C 上に点 $P(2, f(2))$ をとる。点 P における C の法線と C との交点のうち、 $x < 0$ の部分にあるものを Q とする。 C 上の $2 < x < 4$ の部分に点 R をとるとき、三角形 QPR の面積が最大となるときの R の座標は

$$R\left(\frac{\boxed{\text{テ}}}{\boxed{\text{ト}}} + \sqrt{\frac{\boxed{\text{ナ}}}{\boxed{\text{ネ}}}}, \frac{\boxed{\text{ナ}} + \boxed{\text{ニ}}\sqrt{\frac{\boxed{\text{ヌ}}}{\boxed{\text{ネ}}}}}{\boxed{\text{ネ}}}\right)$$

である。